

2004年度 エレクトロニクス・データ処理

著者	青木 保夫
内容記述	物理学実験のためのエレクトロニクス・データ処理の基礎として、電磁気学と電子回路の橋渡し、実験室での電気系統・電源、アナログ回路、デジタル回路の基礎と応用、物理測定におけるデータ変換の基礎を講義する。 数理物質科学研究科 物理学専攻（共通科目）開設
発行年	2004
URL	http://hdl.handle.net/2241/98045

目次

- [0] 概念の確認
 - [0-1] 電荷と磁荷
 - [0-2] 電場
 - [0-3] 電荷の測定
 - [0-4] 電気分極
 - [0-5] 圧電現象
 - [0-6] 誘電体損失
 - [0-7] 電気伝導
 - [0-8] 電流
 - [0-9] 磁場
- [1] 電気の発生
 - [1-1] 発電機による発電
 - [1-2] 直流電源について
- [2] 給電
- [3] 通電
- [4] 代表的な回路部品
 - [4-1] 導線
 - [4-2] 抵抗
 - [4-3] コンデンサー
 - [4-4] インダクター
 - [4-5] トランスについて
 - [4-6] 整流素子
- [5] 単純な受動回路
 - [5-1] 減衰器
 - [5-2] 抵抗と熱雑音
 - [5-3] コンデンサーを使用した回路
 - [5-4] コイルとコンデンサを繋いだ回路
 - [5-5] 定電圧ダイオードと抵抗を用いた定電圧回路
- [6] 能動素子とこれを用いた単純な回路
 - [6-0] トランジスタ
 - [6-1] 原理的なトランジスタを用いた増幅回路
 - [6-2] Emitter Follower
 - [6-3] 基本的な差動増幅回路
- [7] 演算増幅器
 - [7-1] 演算増幅器の基本動作
- [8] 基本的な機能の実現
 - [8-1] 整流回路
 - [8-2] 標準電圧発生回路
 - [8-3] 定電流発生回路
 - [8-4] ハンティング

- [8 - 5] 積分回路
- [8 - 6] 比較回路
- [8 - 7] ヒステレシス
- [8 - 8] ピークを検出し、この電圧を保持する
- [8 - 9] ピークの到着時刻を検出する
- [8 - 1 0] gate 回路
- [8 - 1 1] 遅延回路
- [8 - 1 2] 二つの信号の到着時刻の比較
- [8 - 1 3] 電圧に比例するパルス数を出力する回路
- [8 - 1 4] 広帯域微小電流計

[0] 概念の確認

これは、一人の物理屋の自己流の電磁気学を下にした電気現象の基本的な理解をエレクトロニクスの前提として書いたものである。

エレクトロニクスは電気現象を工学的に利用しようとする。工学的には電気工学と電子工学に分けられている。ここでは、この区別には拘らない。また、エレクトロニクスを電子回路だけに限定せずに、メカトロニクスと呼ばれる部分に言及する場合もあるだろう。

先ず、概念の再確認をしておこう。

[0 - 1] 電荷と磁荷

単離可能という意味での基本電荷は電子や陽子の電荷である。実用的にはこれらが、電荷の基本的な大きさを与える。経験的には、陽子と電子の電荷は符号が逆で大きさは等しい。電荷の存在は、これがつくる電場や電流により検出される。正の電荷を有する陽子と負の電荷を有する電子の質量が約 2 0 0 0 倍も異なるので、運動の様子は大きく異なる。このためにかかる電圧の向きにより現象が異なる場合もあり、整流素子・メッキその他の機能を実現するのに利用される。多くの場合、電流に寄与するのは電子の運動であり、狭い意味での現代の電子工学はこの電子の運動を利用している。ガイガー検出器の様にガス放電を利用する場合には、陽イオンの運動が検出される放射線信号の大部分を担っている。

磁荷は経験的には存在しないとされている。磁場又は磁束密度は、電子その他の粒子のスピンや電流に付随して観測にかかる存在である。

問：この世にはどのような整流素子が登場しただろうか？

問：ガス放電の負性抵抗を利用した発振回路と、HEMT と呼ばれるトランジスターを利用した発振回路の、発振周波数はどの程度の相違があるか調べてみよ。

[0 - 2] 電場

電場の検出はかなり困難である。電磁気学の教科書には電荷に働く力を測定せよと書かれている。電場により誘電体には電氣的な双極子能率が誘起され、従って (微分) 誘電率が電場に依存して変化する。この変化を検出するのが有効であろう。この系統の検出素子と

して、圧電素子と呼ばれる物質が知られている。静電誘導を利用した手法として、検電器や generating voltmeter と呼ばれる工夫がある。電場が時間的に変化する時には、電磁波として検出することも出来る。dip-meter と呼ばれる回路は、テレビジョンのアンテナの向きを調節するのに賞用されている。

[0-3] 電荷の測定

電荷はその付近に電場を作る。静的な場合にはこの電場を線積分して、電位差(電圧)を定義できる。電位差を測定する技術は、かなり手軽にかつ信用できる方法が開発されている。荷電体の幾何学的な形状が分かっていると、静電容量を計算する事が出来る場合がある。この場合には、静電容量と電位差から電荷量を測定出来る。

電気分解が利用出来る場合には、分解物の生成量を測定して電荷量を評価出来る場合がある。

問 地球の半径を 6400 km だとして、地球の静電容量を求めよ。

問 球体の場合には、静電容量は簡単に計算出来る。円板の静電容量は計算出来るだろうか？

[0-4] 電気分極

絶縁体は物質を構成する原子や分子の基底状態と励起状態のエネルギー差が大きくて、室温付近では電子を励起状態に遷移させにくい物質を指す。基底状態と励起状態のエネルギー差が、室温に対応するエネルギーよりも非常に小さいと、沢山の電子が励起状態に存在する。複数の励起状態間のエネルギー差が非常に小さいと、電子はこれらの励起状態間を自由に行き来出来る。即ち、このような物質は電気伝導度大きい。温度が上がると、物質中の原子や分子は振動する。この振動が電子の運動を妨害する。熱的に電子が励起状態に上がり、従って電気伝導度が大きくなる過程と、電子の運動が原子や分子の熱振動に邪魔される過程とは競合する。励起状態の電子数が温度と共に増える効果よりも熱振動による電子運動の妨害効果の方が勝っている物質では温度と共に電気伝導度が減る。常温では大きな電気伝導度を持ち、このような温度依存性を持つ物質を金属と定義する場合が多い。しかし、有機物でもかなり大きな電気伝導度を有する物質がある。分子自身が大きな伝導度を有する場合と、複合材料として電気伝導度を持たせる場合に分けられる。実際、ある種のヘリポット(可変抵抗器の一種)には有機物が使われている。

逆に温度と共に、熱振動が電子の運動を妨害する以上に伝導電子の数が増えるならば、温度が上がると電気伝導度は大きくなる。このような物質を半導体という場合が多い。

絶縁物では、抵抗の温度依存性はあまり問題になることはないが、実用的には温度を上げると表面に吸着していた水分が蒸発するから、絶縁抵抗(沿面抵抗)は増加する。絶縁物は、原理的には原子核に電子が強く束縛された状態の物質だと考えておこう。この物質に電場をかけると、古典論で考えると少しだけ電子が電場に押されて平衡状態からずれる(電子分極)。結果的には、見掛け上、絶縁体の表面に電荷が滲み出る。外部電場により、導体表面に電荷が滲み出してくる現象を静電誘導と呼んで、区別する人もいる。(静電誘導は導体でもおきる)

食塩の単結晶の様に、物質の内部にイオンが有る時には、外部電場によりイオンも変位

する(原子分極)。

水の場合には、酸素原子の化学結合の腕が方向性を持つ為に、永久双極子能率を有する。電場をかけると、この電場の向きに双極子能率が配向する。この場合には分子全体が向きをかえるので、動きはゆっくりしている(配向分極)。即ち、外部電場をかけてから平衡状態の配向に達するのに有限の時間がかかる。

問 水の相対誘電率は80だとする。一つの水分子の内部では正負の電荷素量がどの程度の距離だけ変位しているだろうか？

交流電場をかけると、その変化がゆっくりしていれば、上に述べた全ての原因が有効に作用する。交流電場の周波数が早くなると、配向分極がついてこれなくなるので、誘電率が小さくなる。

更に周波数が早くなると、原子分極も無視出来るようになり更に誘電率は下がる。最後まで誘電率に効いてくるのは電子分極である。電子が一番軽いから、最後まで効果が残っている。

光は電磁波であるという事を知っているだろう。また、物質中の光の早さは誘電率の平方根に反比例して遅くなる事も知っているし、物質中の光速と真空中での光速との比が屈折率である事も知っていよう。この知識を総合すると、水の屈折率は約9(平方根80)にならなければいけないのに、実際は4/3程度である。上の説明で、可視光の周波数では、電子分極だけが効いている為だと想像がつく。

もっと振動数があがると、電子の束縛エネルギーよりも電磁波のエネルギーの方が大きくなる。こうなると、物質の個性はもはや見えなくなり、電子とX線やγ線の相互作用という言葉で現象が説明される様になる。但し、原子の個性は残る。

問：一般的な絶縁物に対して、誘電率がどのような周波数依存性を有するか調べてみよ。

問：ニュートンは白色光線をプリズムにあてて、7色の成分に分けたという。この時、周波数の高い紫の光の方が沢山曲げられている。即ち、ガラスの誘電率は可視光線に対しては上の説明とは逆に、周波数が高い方が大きい！このような現象は、他の透明な物質に対しても可視光の周波数帯域に対して一般的には正しい。何故、このような事が起こるか？原因を考えてみよ。

[0-5] 圧電現象

外部から電場をかけると、物質の表面に電荷が滲み出て来る。その時には、対応する正と負の物質面は引力を及ぼしあっているだろう。ならば、物質に外部から歪み力を及ぼしても表面に電荷が滲み出て来るだろう。ロッシェル塩、酒石酸、チタン酸バリウムの結晶等にこの性質がある事は古くから知られていた。クリスタルマイクロフォンやソナーのセンサーとして利用されていた。されている？ガスの点火器に、摘みをひねると放電して、近くのガスに引火するものがある。叩かれて変形したときに、放電しているのを見る事が出来る。力をかけると電気が出て来るならば、外部から電圧を掛けると、物質内に発生した力で、物質の形状が歪む場合もある。水晶の単結晶の力学的な固有振動とこの効果を合わせて利用し、精度の良い安定した発信器が作られている。変わった例では、ドーナツ状の円盤に外部から電場をかけて、円盤上に進行波をたてる事も行われている。これにより、

非常に薄いモーターが製作できる。

力をかけるかわりに、熱しても電荷が滲み出す場合も知られている。

[0-6] 誘電体損失

絶縁物質に交流電場をかけた時、周波数が遅いと電気分極は外部の周波数に追従するが、周波数が早くなると分極の位相が外部電場の位相に対して遅れる。位相遅れがあると、誘電率は複素数で表現されるようになり、物質中で発熱がおこる。即ち、高周波電場のエネルギーが物質に吸収される。

問：電子レンジは 2.54 GHz の電磁波を水にあてて、食品を加熱する装置である。これに、銀とステンレスのスプーンを入れたとすると、どちらが先に発熱するだろうか？ 10 円と 50 円硬貨でならば、簡単に実験出来るだろう。

例：テレビやレーダーの電波は大きな建物や飛行機にぶつくと一部が反射される。これは、テレビのゴーストと呼ばれる薄い像となったり、敵に偵察機が発見される事になる。建物や飛行機に、電磁波を吸収するペンキを塗っておくと、このような不都合が避けられる。

誘電率を複素数で表現したとき $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$ 、虚部が大きい方が位相遅れが大きいので、一般に電磁波のエネルギーを大きく吸収する。もっと正確には、実部と虚部の比を $\tan \delta = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_r}$ と書く。理科年表ででも、各種絶縁体の誘電損失の損失角、 δ 、を調べてみよ。

高周波回路では、この誘電体損失が大きなトラブルの原因となるが、電子レンジは誘電体損失を食品の加熱に積極的に利用している。特に大出力の発信回路を作る時には、近くに誘電体損失の大きな物質（人間も含む）を置かない様にせねばならない。

有る種の人達は、日本が太平洋戦争に負けたのは高周波数での絶縁物であるポリエチレンが生産出来なかったためだと言っている。これが無いとレーダーが作れない。

[0-7] 電気伝導

原子核に束縛されている電子の束縛エネルギーは大きくても、基底状態と励起状態間のエネルギー差が小さいと、物質中を電子は簡単に動く様になる。このような状態にある物質は大きな電気伝導度を持つ。基底状態と励起状態間のエネルギー差が、熱的なエネルギーよりも、非常に小さいと、電子の波動関数は非常に広い範囲に広がり金属結合と呼ばれる。波動関数が広い範囲に広がるという事は、波動関数の変化が緩やかであるという事であり、 $\vec{p} = -i\hbar\nabla$ という関係があるので、電子の運動エネルギーが小さくなりエネルギー的に安定な状態が実現される事になるのである。

このような状態では、電子が直接導体中を運動している様なイメージを与えられる事が多いと思われる。次の例は、このイメージとは逆の説明を電気伝導に対して要求する。

導体として、断面積が 1 mm^2 の銅線を取り、これに 1 A の電流を流して導線内部での電子の速度 v を計算してみよう。電流密度 i と速度 v には電荷 e と単位体積当たりの電導電子数 n を用いると次の関係にある。 $i = nev$ 。銅原子 1 箇当たり、電導電子は 1 箇あると仮定して、単位体積当たりの銅原子の数 n を計算する。銅の密度は 8.93 g/cm^3 、

銅原子 1 箇の質量は $63.55 \text{ g} / 6.023 \times 10^{23}$ であるから、

$$n = \frac{8.93 \times 6.023 \times 10^{23}}{63.55} = 8.46 \times 10^{22} / \text{cm}^3$$

従って速度 v は

$$v = \frac{i}{ne} = \frac{\frac{1C/sec}{1.0 \times 10^{-2} \text{cm}^2}}{8.46 \times 10^{22} / \text{cm}^3 \times 1.60 \times 10^{-19} C} = 7.4 \times 10^{-3} \text{cm/sec}$$

1 秒間に 75 ミクロン！ どこかで計算を間違えていないかな？

電子の速度は極端に遅い。こんなに遅ければ発電所から消費地まで電気は届かないという結論になるになり、現実とは矛盾する。

幾らかでも導体中の電子の速度を上げたいと考えてみる。それには、上の議論の中で電子の数密度を減らせば良い。導体中の電子は、量子力学的に許される状態を下から順番に占める。単独の原子の場合には、許される状態はとびとびの状態だけが許されたが、導体中ではこのとびとびの状態に近隣原子からの影響が加わる。その結果、許される状態は幅を持つようになる。細かく言うと、個別の原子では一本の状態が、お隣の原子との相互作用により、2 本の状態に分裂する。更に遠くの原子の影響も考慮すると、2 本ではなく本数は増える。無数の原子の影響を考えると、一本の準位が無数の、エネルギー的に隣接した状態に分かれる。結果的に、取り得るエネルギーの値は、ある特定のエネルギー群に分けられる。(バンド理論) 導体では、この密接したエネルギー準位の中ほど迄、電子が詰まった状態である。電子は熱的に外部から影響を受けるので、この密接したエネルギー準位の間を行ったり来たり出来る。(という事は、隣接するエネルギー準位間のエネルギー差は熱エネルギーよりも小さいという事である。) 電子がこの準位間を自由に動けるとい事が、大きな電気運動度を有するという事である。平均的に、半分の確率で電子が存在するようなエネルギーの事をフェルミ準位という。この様な導体に、電場をかける。

1) 導体中にかかる電場は非常に弱いものであるから、エネルギー的に下の準位から上の準位へ遷移出来るだけのエネルギーをもらえる電子は沢山いない。

2) このエネルギーを貰える準位に居る電子でも、遷移すべき状態が既に他の電子で占有されていれば遷移出来ない。電場が掛けられても下の状態に居るままでは、電流が流れないという事である。フェルミ準位の極近傍に存在する電子のみが電気伝導に関与出来る。

この様なアイデアで、電気伝導に参加できる電子の数密度を幾らか減らす事が出来ると思うが、定量的な事は知らない。

電子速度に関係する良く知られた情報として、半導体の中での電子やホール易動度を挙げる事が出来る。1 センチ当たり 1 ボルトという電場をかけた時、秒速 1000 メートル程度である。

(移動度と書く人もいるが、電子が勝手に移動する訳では無いので、移動度という漢字は間違いである。)

銅に頑張って、 3 A/mm^2 の電流を流したとする。比抵抗は $1.7 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ 程度だから、1 cm 当たりの電位降下は $51. \times 10^{-4} \text{ V}$ 程度である。上で引用した移動度の値は、高純度結晶の場合である。通常状態の銅ではこんなに大きな移動度は実現していないだろうが、無理矢理に 10^3 cm/s/V/cm という値を流用すると、 0.5 cm/s という速度になる。電子の数密度に逆算すると、1/690 倍である。

一方、以下のような逆の結論も Maxwell の方程式

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1) \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

と Ohm の法則 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (3) を用いて導ける。(2)の発散を計算すると、左辺は0になる。右辺には $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ と(1)、(3)を代入して、電荷密度 ρ に付いての次の微分方程式を得る。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon} \rho$$

この方程式は、物質中に電荷を置いた時に電荷がどのように時間的に変化するかを与える。この方程式の解は、 $t = 0$ での電荷密度を $\rho_0(\vec{r})$ と与えると、

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r}) \exp\left(-\frac{\sigma t}{\epsilon}\right)$$

と、簡単に書き下せる。即ち、 $t = 0$ に $\rho_0(\vec{r})$ であった電荷密度の大きさが、時間と共に $T = \epsilon/\sigma$ という時定数で減衰する。電荷の存在する領域で電荷密度を積分してみると、電荷が T という時定数で消えて行くとも言える。上の式から分かるように、電荷密度の分布領域が空間的に横へ広がっていくのでは無く、単純に消え去るのである。消えた電荷は何処へ行くのか？当然先に述べたように物質の表面に現れる。電荷は元の位置から表面へワープするのである。どのような機構でワープするか考えてみると面白い。

勿論、電荷保存を考えると、 $\nabla \cdot \vec{j} + \partial \rho / \partial t$ が成立するから、電流が流れていないわけではない。

次に、時定数を計算しておこう。銅の誘電率とは何か？というのは難しい問題だが、ひとまず真空と同じだとすると、 $\epsilon = \epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{F/m}$ である。銅の電気伝導度は $\sigma = 1/1.7 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$ であるから、 $T = 1.5 \times 10^{-19}$ 秒と計算される。銅の内部に電荷を置くと、この程度の時定数で電荷は消えて無くなる。オームの法則がこんなに早い時間的な変化を記述出来るとは思われぬが、導体中ではすぐに電荷がなくなる。このことは、電磁気学の初期に学んだ、導体中には電荷や電場は存在できないという事の時間的な状況を説明している。

水素原子の励起状態 2p から、基底状態への遷移の寿命は 10^{-9} 秒程度であり、約 10 eV のエネルギーが関与している。10 eV (1.6×10^{-18} J) にアボガドロ数をかけると、 9.6×10^5 J となる。このような巨大なエネルギー変化がないとこんなに早い時間変化は生じないと思っておいて良いだろう。

電気伝導度は約 10^{30} 程度もの極端に大きな範囲で変化する物質に依存する物理定数である。このように電気伝導度の取り得る範囲が広いのは、電気的な力は例えば重力に比べて極端に大きいという事実を反映している。電気伝導に対する良導体、半導体、絶縁体という名前は、ただ単にこの時定数の大きさによる定性的な区別であると物理的には言える。

実際の良導体は、主に金属であり、(金属の定義の様なものであるが)、金属結合と呼ばれる電子状態が、大きな電気伝導度を決めている。金属中に結晶の不整合があると、そこで電子の波動関数が乱されるので電気抵抗が現れる。

もしも、伝導電子の運動エネルギーが充分小さく、電子の運動を乱す原因を励起するのに必要なエネルギーよりも小さければ、伝導電子はエネルギーを失う事がないので、その運動は妨げられない。すなわち、超電導が実現される。

電子の励起に必要なエネルギーが熱エネルギーよりも大きいならば、励起確率はかなり小さくなる。最低励起エネルギーはある程度大きいですが、励起状態での準位間隔が熱エネ

ルギーよりも十分に小さければ、励起された電子は電気伝導に寄与する。半導体ではこのような、電子準位構造になっている。この最低の励起エネルギーはバンドギャップと呼ばれている。例えば、硅素では約 1.2 eV、Ge では 0.8 eV の最低励起エネルギーが必要である。ちなみに、絶対温度が 300 度 (ほぼ室温) の時の熱エネルギーは約 1 / 40 eV である。バンドギャップが小さい Ge では、室温で使用すると熱雑音が Si に較べて大きくなる事を意味する。Ge トランジスター (2SA230 だったかな?) を使用して発振回路を作り、雑音に悩まされたが、当時やっと入手可能になった Si トランジスター (多分 2SC369) を用いると、嘘の様に雑音レベルが低下したことを覚えている。現在では、Ge トランジスターは入手が困難だろう。

励起エネルギーが大きく、励起状態のエネルギー準位間隔も大きければ、電気伝導度は小さくなり、絶縁物と呼ばれる。絶縁体の場合には上の時定数 (緩和時間) が非常に長くなる。絶縁物の両端を一時的に短絡しても、短絡時間が緩和時間よりも短いと、その後の時間に電荷が表面にしみ出て来る事があり得る。従って、高電圧を扱う場合には高電圧電極は、安全という観点からは、作業時間の間中、短絡しておかないといけない。実際には、内部からしみ出す電荷量が少なくなると、空気中のイオンが引き寄せられて、内部からの電荷を中和するようになる。大気中には宇宙線、地中の放射線源等に起因する電荷が存在する。雲の中での上昇気流と降水との摩擦電気と青木が個人的に原因を想像しているが、帯電した雲により誘起された電場も存在する。その他、人為的な原因による電荷や電場も多く存在する。

絶縁物の電気伝導は、上の様に物質の内部での状態できまるよりも、表面に吸着した物質で決まる場合の方が多い。表面が汚れていたり、水分があっても電気伝導度が大きくなる事は、想像に難くない。絶縁物の表面をきれいにする事は、大きな絶縁特性を実現する為には必要である。左手をアース電極に触ったまま、右手で 1000 V の電極に触れた経験がある。そのとき、背中を電流が走ったのを感じた。もしも、身体の真中を電流が走っていたら、今日の僕は無いだろう。人間は汗をかいているので、表面が湿っていて電気抵抗は皮膚の部分が他の部分よりもかなり小さい。

気体や液体を絶縁材料として使用する場合もある。トランスや高電圧の遮断器には絶縁油に浸されたものが使用される。この場合、絶縁物の純度を保つ事が大切である。水分や導電性の気体を吸着していると絶縁特性が劣化する。温度をあげて飛ばしたり、真空ポンプでの排気が水分等を除去するのに有用だろう。

絶縁ガスとして、SF₆ が使われる事が多い。この例では、ガス中を移動する電子はすぐに電気陰性度の大きな分子に束縛され、結果として電子の運動が、質量が非常に大きな分子イオンの電場中での漂動に変換される。電荷担体の質量を極端に増やす事で、実質的な電気伝導度を下げている。SF₆ 分子の質量は電子質量の約 27 万倍ある。

[0 - 8] 電流

見掛け上、荷電粒子が運動することで電流が流れる。上に説明したように、正確には荷電粒子が直接流体の様に、導電性の物質の内部を運動していない時でも、流体が運動していると考えて、話を進める。荷電粒子も、電子ばかりでなくイオンであっても良いし、正孔

と呼ばれる正の電荷を持った粒子が運動していると考えの方が理解しやすい場合もあるが、今後は正の仮想的な担体を考えるか、電子を考えるかのどちらかを適宜混用する。

電場があると、この電場により電子は加速されて運動する。これが電流として観測される。単位体積当たり n 箇の電子があり、これが平均速度 v で運動していると、電子の電荷を q とすると、電流密度 i は qnv と表せる。これが、断面積 S の導体中を運動しているならば、流れる電流 I は $I=iS$ で与えられる。ニュートンの運動方程式からは、電場を E 、電子の質量を m と書くと、

$$m \frac{dv}{dt} = qE$$

であるから、電場が一樣だと何処までも加速される。一方、Ohm の法則は電子速度 v は電場に比例すると述べている。この矛盾は以下の方法で説明される事が多い。

物質内では速度に比例する抵抗が働いていると考える。このときには、上の運動方程式の右辺に $-\alpha v$ という抵抗項を追加する。抵抗項を含んだ運動方程式を速度について解くと、

$$v(t) = V \left(1 - \exp \left(-\frac{\alpha t}{m} \right) \right)$$

と与えられ、積分定数を $V = \frac{\sigma}{nq} E$ ととると、Ohm の法則が $t \rightarrow \infty$ の極限として導かれる。即ち、 V は空気中を雨粒が落下する時の最終速度と同じ意味である。

速度に比例する抵抗という話題は、微分方程式が簡単だから物理屋はよく引用するが、空気中を落下する雨滴が受ける空気抵抗が本当に速度に比例していると了解してはいけない。空気抵抗が速度の 1 乗に比例すると考えて良いのは、霧雨の様に非常に雨滴の大きさが小さい場合に限られている様である。ニュートンは、空気抵抗は速度の 2 乗に比例すると仮定した。この場合も、運動方程式を積分することはそんなに困難ではない。

電子の最終速度に達するまでの時定数 m/α は物質に依存する。正確な値は知らないが、例えば、TV の設計程度では Ohm の法則が成立すると考えても良いので、時定数は良導体に対して、 10 nsec 又はそれ以下であろう。これよりも、ゆっくりした時間変化に対しては Ohm の法則が成立すると考えて良い。Ohm の法則を直観的に理解するもう一つのやりかたは、以下の通りである。導体内部を等間隔に (電子の運動の邪魔をする) 原子が並んでいるとする。この原子にぶつかるまでは、加速度一定の運動をし、ぶつかると速度が 0 に落ちてしまい、また 0 の速度から等加速度運動を開始すると考える。結果として、電子は衝突直前の速度の半分の平均速度で運動する。この平均速度は電場に比例するから、これでも Ohm の法則は導ける。電気の良い導体では、電気伝導度と熱伝導度は大体比例する (Wiedemann-Franz の法則) ので、熱も電流もどちらも電子により運ばれていると考えられる。電流信号の伝達速度と熱伝導の速度は極端に大きさが異なるが、この項の先頭付近で例示したように、電子の速度は非常に遅いのだという計算結果とは矛盾しない。

オームの法則が厳密には物理法則として成立しない事は以下のように考えると理解できる。微分形のベクトル形式では $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ と書ける。この状態で、時間の向きを反転してみると、左辺では電流密度の向きは逆になるから、負号がつく。一方、右辺では電気伝導度

σ や電場 \vec{E} は時間の向きには依存しない。従って時間の向きをかえると Ohm の法則は成立しない。上の説明の様に、摩擦力 $-\alpha v$ によるエネルギーの散逸が関与しているからである。

Ohm の法則では電流量は電場に比例している。しかし、数密度 n が電場に依存するならば、Ohm の法則はもはや成立しない。例えば、電流が流れる事により温度が上がると、励起される電子の数が増えるので電流は増えるかも知れない。有る種の半導体整流素子に流れる電流は、印加電圧共に、指数関数的に変化する。

ガス放電の様な場合には更に極端な条件変化が起り、負性抵抗と言って電圧を下げると電流が増える場合すらある。Franck-Hertz の実験や、Ramsauer 効果という概念を知っていると、負性抵抗と聴かされても、動じないだろう。異種物質が接合されている界面で、Fermi 準位が外部から掛けられた電圧で影響を受けると、電流・電圧特性は非常に大きな影響を受ける。異種物質の電子数密度が異なる為の効果も、界面では発生する。

電子の出易い物質と出にくい物質で陽極と陰極を構成する場合には、電気抵抗は実質的には極性に依存する。電荷の担体は主に電子であるので、電極の構造によってもこのような現象は観測される。この極端な場合を整流作用と呼ぶ。水銀整流器の様に放電現象の非対称性を利用した物や、真空管の様に熱電子を一方の電極からのみ放出し、その電路に妨害電極を置いてその電流量を制御するものもある。電界効果トランジスタ (FET) は、3 極真空管と同様の発想を半導体中で実現している。

導体がまっすぐな場合に、電子がまっすぐに導体中を流れる事は、ニュートンの運動方程式から簡単に理解されるが、電線を曲げると電子はこの曲がり具合を察知して、まるでホースの中を水が流れるように、導体からはみ出す事無く、内部を流れる。子供の頃から知っているので、導線で作ったコイルの中を電流が流れる事に疑問を抱く人は少ないが、複雑な形をした蛍光灯も簡単に点灯することに不思議を感じる人は多いだろう。以下の様に考えておこう。物質は電子と原子核とで構成されている。原子核は重いのでその波長は短く、存在領域は限定されているが、電子の波長は長い為に原子核の存在領域よりも外にまではみ出している。核の存在領域の外にまで浸み出した電子は、核から引力を受ける。核からあまり遠くまでは行けないが、いわゆる物質内部ならばかなり自由に遊び回れる。物質の外へまで出て行こうとすると、核からの引力により引き戻される。この現象はマクロな物体の表面張力と同じである。この引力をエネルギーで表して、仕事関数と呼び、物質の基本的なパラメータの一つである。約 1 eV 程度の大きさである。熱電子や光電子を取り出す時には、この仕事関数の小さな物質を選ぶか、または表面処理を施す。例えば、タングステンのフィラメントにトリウム処理をしたり (トリタンとよばれる電極)、ニッケルの表面に酸化バリウムを塗付したりする。仕事関数の存在を認めると、電子が導体から外へ出ない理由は大体理解できた。即ち、約 1 eV の深さの溝を電子流という流体が溝に沿って流れているのである。しかし、複雑に曲がった導体でも正しく導体に沿って電子が流れるには、更に案内電荷の存在を知らねばならない。ミクロの世界の電子はマクロの大きさの導体の複雑な幾何学的配置を認識出来るはずがない。従って小数の電子は、導体の

壁にぶつかって動けなくなる。この壁にぶつかった電子もミクロに見ると導体内に電場をつくる。後から来た電子は、この電子が作る電場と外部からかけた電場を重ね合わせた電場を感じて運動する。これで、後から来た電子はどちらに動けば良いかを知る。壁にぶつかって実質的に動かない電荷を案内電荷と呼ぶ。

案内電荷の極端な場合として、ホール効果がある。半導体に電場と磁場を直交してかけておくと、磁場によるローレンツ力を打ち消すように電場が発生する現象として理解される。ロンドンのテムズ川は西から東に流れていて、地磁気が南北にかかっている。テムズ川の両岸に誘起されるホール電圧はいくらかと考えた物理学者もいる。

案内電荷や仕事関数に対する一つの事実

電流の定義は、1 m 隔てて置かれた2本の無限に長い平行導線に等量の電流を流した時、単位長さ当たり $2 \times 10^{-7} \text{ N}$ の力が働くならば、その電流を 1 A (アンペア) とする。という様になっているとする。導線に何故力が働くのか？を考えてみよう。

まず電流が流れると、その近くに磁場をつくる。(ビオ・サバールの法則) この磁場は、相方の電流素片に作用しそこを流れる電流に力を及ぼす(ローレンツ力)。電流が同方向に流れるならば引力であり、逆方向ならば斥力が働く。電流が流れているという事は、導体中を電子が動いている為だと考える。そうすると、ローレンツ力を受けているのは、導体中の電子であって、導体そのものではない。従って、ローレンツ力を受けた電子は、導体中を一樣に流れるのではなく、どちらかに偏って流れる。細かく言うと、導体の大きさが有限だと、この偏りの為に電流間の距離が変わってくる。従って 1 A を定義する時には、導体の太さが無視出来る様な大きさにしておかねばならない。

さてローレンツ力を受けた電子は導体中を流れる時どこまで動けば、安定な定常状態を実現出来るのだろうか？導体から外にはみ出す事は可能だろうか？非常に強いローレンツ力を受ければ、当然電子は導体外に押し出されるだろう。このような現象は、field emission という名前で知られていて、ある種の顕微鏡の動作原理を与える。通常の状態では、ローレンツ力はそんなに強くはないでしょう。ローレンツ力で、導体から外へ向けて力を受けた電子が導体の外へ出ようとするのは事実である。ここで導体を原子としてみる。導体中には正の電荷をもった原子核も存在する。電子があんまり遠くへ行こうとすると、この原子核からおおきな電気的引力を受ける。従って電子には、原子核からの引力とローレンツ力との合力(近くの電子からの斥力、量子力学的にはパウリ効果もあるから平均的には引力になる場合もある)を受け、導体表面からあまり遠くには出ていけない。原子核からみると、ローレンツ力を受けて外へ出たがる電子を引き留めている。原子核同士は、例えば金属結合により結びつけられているからこの電子が導体の一方の側面だけを押し出す力は、導体全体に伝わる。

結局、仕事関数は外へ出ようとする電子を物質内に、物質全体を電気的に中性に保つために、閉じ込めようとする力をポテンシャルという概念で表現するものであると言える。

この現象の具体的な発露を一つ例示しておこう。非常に強い磁場を実現したとする。磁場の近くは暗いので、電灯で照らしたいでしょう。交流点灯の電灯(通常の白熱電灯)を磁場の近くに置くとしよう。すると、電灯のフィラメントには50 Hzの交流が流れ、フィラメントは50 Hzで振動する力を受ける。従ってすぐにフィラメントが切れてしまう。フィラメントが力学的に切れない様な丈夫な蛍光灯が利用できたと仮定すると、フィラメントから放出された電子は、蛍光灯のガラス面を叩くだろう。電子に叩かれたガラス面はその内に破壊される。

直流点灯(例えば懐中電灯)ならば、点灯の瞬間にフィラメントが一方の側に押されるが、押されっぱなしであるので、振動力を受けるよりは寿命がながい。

強い磁場の近くでは直流点灯の照明を利用しよう。

これで、導体に電流を流せるようになったとしよう。代表的な導体としては銅が賞用される。特に導体からの雑音発生を嫌う様な用途には無酸素銅と指定する事もある。IC 内部の導体として、蒸着がしやすいためにアルミニウムも使用される。スイッチ部品やコネクターでは、電源を切った時の逆起電力その他に起因する放電や接触抵抗に伴う発熱により酸化や雰囲気との化学反応による劣化を嫌う時もある。このような場合には、金や白金その他の合金が使用される。コネクターのバネ特性を持たせる為に、燐青銅を使用する場合もある。接点でのチャタリングと呼ばれる現象を防ぐ為に、水銀が利用された事もある。

問) 電磁接触器と呼ばれる、積極的に電流を流す事を目的としたリレーの接点には、金や白金といった貴金属は使用されていない。どのような金属が、何を意図して選定されているのだろうか？

[0 - 9] 磁場

磁気単極は現在その存在が知られていない。磁場の発生原因は、電子の固有スピンと軌道角運動量、及び電流である。磁気能率や電流により磁場が誘起される。磁場を測定する方法としては磁気能率が磁場中で行う、ラーマーの歳差運動を検出する電子 (陽子) スピン共鳴法が精度が良い。ホール効果を利用するのも広く行われている。

無限に長い直線電流 I が流れているとする。この電線から垂直距離 r だけ離れた点の磁場 H は以下のように計算できる。変位電流を無視した時の Maxwell の方程式 $\nabla \times \vec{H} = \vec{i}$ を半径 r の円周に沿って線積分する。Stokes の定理を使うと、

$$2\pi r H = \int \vec{i} \cdot d\vec{S} = I$$

電流の向き、電流から見た磁場を計算する位置の向き及び \vec{H} の向きがこの順番に右手系を作る。磁束密度 B に変換するには、透磁率を掛けておけば良い。有限の太さの電線を用いた時には、電線の内部にも磁場が発生している事にも留意しておかねばならない。高周波電流ならば、この磁場の時間変化による逆起電力が導体の内部に電流が流れる事を妨げる。

一般の電流がつくる磁場を計算するには、変位電流が無視出来るようなゆっくりした時間変化に対しては、Biot-Savart の法則を用いて計算すれば良い。

Biot-Savart の法則は、微分形では作用・反作用の法則を満たさない事は認識しておくべきである。閉回路に対して積分したときには、作用・反作用の法則を満足する。時間変化の緩やかな問題の閉回路に使用を限定しておくのが安全だろう。

問 半径 a の一巻きのコイルに電流を流した時に作られる磁場を計算し、磁場分布をグラフに描いてみよう。ヒント。完全楕円積分が登場する。数値計算には、ガウスの相加相乗平均法が収束が早い。

電子の軌道角運動量が磁気能率を作る事は、電磁気学の知識を使えば簡単に導ける。先ず、電流 I が閉回路を流れているとする。この閉回路の作る面積ベクトルを \vec{S} とすると、

等価磁気能率 μ は電流と面積ベクトルの積で与えられる。

$$\vec{\mu} = I\vec{S}$$

点電荷が原子核の周りを半径 a 速度 v の円運動しているとする、周期 $T = 2\pi a/v$ であるから、電流 $I = e / T$ となり、磁気能率 $\mu = I\pi a^2 = Le/2m$ と書ける。ここで、軌道角運動量 $L = mva$ を用いて、 $v a$ を置き換えた。量子力学的には軌道角運動量は $L = \ell\hbar$ と書けるので、 $\mu = \mu_B\ell$ と書ける。ここで、 $\mu_B \equiv e\hbar/2m$ を Bohr magneton (ボーア磁子) と呼ぶ。当然の事であるが、 $\hbar = h/2\pi$ であり、 ℓ は 0 又は自然数である。

問 有限な大きさの固体を考える。この固体の質量密度 ρ_m と電荷密度 ρ_e とは場所に依らず比例していると仮定する。この固体が重心を通る軸の周りに回転しているとする。この時、この固体の回転の角運動量と磁気能率は比例し、比例定数は、上で与えられたボーア磁子に相当することを示せ。

電子スピンの起因する磁場は、Dirac 方程式によりその存在が説明される。量子力学を相対論的に書き直すと、磁場と電子の相互作用エネルギーとして、電子は等価的には磁気的雙極子能率を持つと言う結論になる。電子スピンを \vec{s} 、磁気能率を $\vec{\mu}$ と置くと、

$$\vec{\mu} = g_s\mu_B\vec{s}, \quad \mu_B = \frac{\hbar e}{2m_e}$$

ここで、 μ_B はミクロな世界の磁気能率の単位である。又、 g_s は g 因子と呼ばれていて、真空中に電子を置いた場合、約 2 である。古典的な電磁気学の計算では 1 となるべき因子である。特殊相対論では、加速度を有する座標系間のローレンツ変換には、座標系の回転を伴うという事実があり、これから出て来る因子であり、この現象を最初に解明したトーマスに因んで、トーマス因子と呼ばれる。実測値は 2 よりも約 1 / 1000 だけ大きく、この 2 からのずれは、真空の電磁気学的な性質を反映している。真空中では、仮想的に電子と陽電子の対が出来たり消えたりしていると考えておけば良い。

問 水素原子を、陽子の周りを電子が回っているのではなく、電子を中心に置いて、電子の回りを陽子が回っていると考える。陽子は、電子の回りを回っているのだから、電子の回りに一巻きのコイルがあると思えば良い。コイルの中心の磁場を計算し電子の磁気能率のつくるエネルギーを求めよ。

物質中の電子は固有スピン (s) と軌道角運動量 (ℓ) を同時に有している。その結果、全角運動量 j が決まる。多数の電子が存在し、お互いに相互作用している時には、軌道角運動量の間の相互作用の方が大きいと、2 電子系だとして、 $\vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 = \vec{L}$, $\vec{s}_1 + \vec{s}_2 = \vec{S}$, $\vec{L} + \vec{S} = \vec{J}$ という順番に角運動量が決まると考える方が自然な場合が多い。

(磁気能率の大きさ) = $g\mu_B \times$ (角運動量の大きさ) と無理矢理に書いた時、角運動量として、軌道角運動量だけを考えるならば $g = 1$ であり、スピンだけを考えると良いならば、 $g = 2$ である。一般には双方の効果を取り入れねばならないから g は 1 と 2 の間に来る。

上では、有る種の仮定の下に、角運動量と磁気能率が平行である事を導いた。この仮定が成立しない時にも両者が平行であるかそうでないのかという疑問が湧いて来るだろう。角運動量の量子力学的な取り扱いをすると、角運動量と磁気能率の演算子はどちらもベクトルであるので、平行であると考えておいて良いという結論が導ける。興味の有る学生は、Wigner-Eckart の定理を参照すると良い。

物質中では、多数の電子の磁気能率がお互いに影響しあい、全体として相殺している場合もあるし、相殺せずに残っている場合もある。外部磁場が無いところでも、磁気能率が残っているならば、そのような物質は永久磁石であるだろう(弱ければ永久磁石とは呼ばないが)。永久磁石でも、温度をあげると個別の磁気能率間の影響力が温度エネルギーに較べて無視できる様になり、磁性を失う。

磁性が無い物質に、外部から磁場をかけると、磁気能率の向きが揃い、磁性を持つようになる。この磁気能率の向きが外部磁場と平行になる場合と逆を向く場合がある。逆を向くのは、観測が難しい程小さな効果しか持たないので、実際にはほとんどの場合、外部磁場と平行と考えておいて良い。磁場の方向を向きやすい磁気能率が沢山ある物質は磁性体と呼ばれる。物質に依っては、最大透磁率が10000を越えるものもある。スーパーマロイと言われる物質では初期透磁率が100万近くもあるので、磁気遮蔽材として使われる。磁性材料の一番大きな用途はトランスであろう。ヒステレシスと渦電流による損失を少なくするという目的で、硅素鋼板を積層して使用される様である。雑音を通さずに、電源周波数の交流のみを通す為には、高周波特性の悪い磁性材料を選択する場合がある。

小さな外部磁場で大きな磁化を制御出来る場合があり、磁気増幅器として利用されてきたが、現在では、磁気増幅器はあまり使われていないようである。小さな発電機で起こした電流で大きな発電機の界磁コイルを励磁するのには利用されているだろう。材料工学的な発達があると、もう一度利用される可能性はある。

外部磁場に駆動されて、磁気能率が向きを変える時、結晶構造の不規則な所があると磁気能率(実際はこれが多数集まって出来た磁区)は滑らかに動きにくくなる。邪魔な部分を乗り越えて磁区が動くと、外部磁場を強める時と弱める時とでは、外部磁場が同じでも、磁気能率の磁場方向の大きさが異なる。この現象の事を、履歴(ヒステレシス)と呼ぶ。

物質の磁化 \vec{M} は単位体積あたりの磁気能率として定義されている。この磁化が外部の磁場 \vec{H} と共に働いて磁束密度 \vec{B} をつくる。この結果、空間には単位体積当たり、 $\vec{H} \cdot \vec{B} / 2 = B^2 / (2\mu)$ のエネルギーが蓄えられる。外部のエネルギー源から、主に電流という形で、エネルギーを空間に注ぎ込み磁場という形で蓄える。電源の出力以上の割合ではエネルギーを注ぎ込めないで、磁場を作るにはそれなりの時間が必要である。また磁力線同志は反発するので、これに逆らって磁気的エネルギーを空間に閉じ込めておくには、定常的に電流を流し続ける必要がある。この電流を I とおき、この電流が原因で全空間に蓄えられている磁気的エネルギーを W_m とすると、

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

で自己インダクタンス L が定義されている。

[1] 電気の発生

電気が直接的に関与していると認知される様な自然現象はそう多くはない。雷ぐらいのものであろうか？しかし、量子力学とクーロン力を知っていると、自然現象の背後には電気が非常に大きな役割を果たしている事が理解できる。しかし、電氣的な相互作用は非常に強いので、正負の電荷は中和されて外部に現れる量は微微たるものである。

問 体重が60 kgの人間の有する、正負の電荷量を概算せよ。もしも、この正負の電荷を1 mだけ離して置いたとすると、両者の電荷間にはどの程度の引力が働くか？

物質中に埋もれてしまって、外部からは電氣的に中性な状態を崩して、マクロな物質の両端に電氣的な非対称性を生ずる作用を、ここでは広い意味で発電と呼んでおこう。大規模に利用可能な電氣的エネルギーを発生させる事を目的とする場合を狭義の発電としておこう。ここでの言葉の使い方は工学的な分野での使い方とはかなり異なっているので注意を要する。

日常的な分類では、発電手段は電池と発電機とに分類できる。電池をエネルギー源により分類すると、原子核崩壊に伴い放出されるエネルギーを利用する、光のエネルギーを化学エネルギーに変換する、化学エネルギーを利用する、といった分類が可能であろう。化学エネルギーを利用するものは、乾電池や蓄電池の様に常温で化学エネルギーを開放するものと燃焼を利用する燃料電池と呼ばれるものとに区別をする場合がある。

狭義の発電は、発電機をまわす時の物理的な原因で分類がなされる。風力や水力を利用して発電機を回すもの、ガソリンエンジンやディーゼルエンジンを利用するもの、地熱・石炭・ガス・液体燃料・原子核反応を熱源として発生させた蒸気を利用するもの等である。

実用にはなっていないが、MHD 発電というものもある。雷を利用する直接発電も、過去には挑戦した人がいると聞いているが、失敗している。

以下に簡単な解説をしよう。

一番直接的な発電は、自然界に起こっている電氣的な非対称を利用する事である。有る種の原子核は α 線や β 線を放出している。これらの粒子は帯電しているので、放射線源を上記の α 線や β 線から電氣的に分離できれば、発電が完了する。これらの放射線が止まるときに周囲に与える運動エネルギーを熱源として利用するという手段もありうる。地球上では、放射線対策が面倒だから、あまり利用されていないが、人工衛星や惑星探査には利用されている。ロケットの発射事故や地球での fly-by との関連で使用に懸念を表明する人もいる。

光エネルギーを利用したものとしては、太陽電池が環境問題と両立するエネルギー供給源との期待を集めている。

化学反応に伴う電池は現在も精力的に研究が進められて、種類が多すぎ内容が細くなりすぎているので、簡単に原理的な指摘に止めよう。金属を水につけると、金属の一部がイオンとなって水に溶け込む。陽イオンになるとすると、負の電気が金属部分に残る。この帯電した金属を陰極として、電氣的に中立物質を水中に陽極として置けば電気が流れるだろう。ここで、純粋の水だと電気伝導度が小さすぎて、実用的ではない。例えば、アルミ缶に食塩水をいれ、陽極として炭を利用すると安直な電池が実現出来る。ピンセツ

トと蛙の筋肉が化学電池の発見につながった事は化学か生物学の授業で習った事だろう。実験室の環境等では、この現象は冷却水の配管が腐食する現象として嫌われる。電気化学的腐蝕(電蝕)。電蝕は異質の金属が同一の水に接していると必ず起こるし、同一金属でも応力歪みがあるだけでも、起こっているようである。

光エネルギーと化学反応の双方を利用したアイデアとして、光合成過程を用いて、水素を直接発生させるというものがある。個人的には、将来の発達を期待する手法である。

温度差を利用する電池としては、燃料電池が代表的である。これも、現在非常な勢いで発展中である。

変わった発電機構としては、熱電対も温度差を電位差に変換している。分類としては、MHD 直接発電と呼ばれるものもここに入れても良いかもしれない。熱電対の発電機構に少し触れておこう。導体を考える。原子が単独に存在するならば束縛状態に下から順番に詰まっていった基底状態があり、励起状態はエネルギー的に基底状態から離れている。複数の原子がお互いに影響し合うと、励起状態のエネルギー準位が分裂して取り得るエネルギー状態の数が増える。影響し合う原子の数が沢山(無数)になると、励起エネルギー準位も無数に分裂し、実質的には連続的となる。このような時には電子のエネルギーは、その物質の温度と電子の統計的な性質とで定まるあるエネルギー分布をする。温度を決めた時、単純化すると、ここから下は電子が詰まっていて、それ以上のエネルギー順位には詰まっていないと近似できるエネルギーの値がある。このエネルギーを Fermi 準位と呼ぶ。Fermi 準位は物質に依存する。室温での物質による Fermi 順位の差が接触電位差として観察される。温度を上げると、励起状態に存在する電子の数が増える。しかし、状態密度の温度依存性の効果が大きいので、温度が高い方が Fermi 準位はいくらか下る。物質が異なると、励起準位の密度が異なる為に、Fermi 準位の温度依存性が異なる。このために、温度差により電位差が発生する。

物質により束縛される電子の最小エネルギーが異なる事は、絶縁体でも観測される。例えば、羊毛とゴムを圧力をかけてくっつける。両者の接触面では、電子の束縛エネルギーに相違があるので、一方から他方へ、多分トンネル効果で、電子が移る。即ち、接触面の両側で荷電状態に非対称が生ずる。この非対称が生じた頃あいを見計らって、先に計算した電荷が消える時定数 ϵ/σ よりも早く羊毛とゴムを引き離すと、それぞれの物体に電荷が残る事になる。経験的には、押しつけて離すのではなく、摺り合わせる方法が取られていて、この現象は摩擦電気と呼ばれている。摩擦電気をうまく利用すると、かなり高い電圧を発生させる事が可能である。

接触電位差は、異種金属の接触に際しては必ず起こると思っておくのがよい。又、接触電位差は温度にも依存する。精密な電気測定をする場合には、接触電位差とその温度依存性については考慮を払う必要がある。例えば、標準抵抗の材質には マンガン線が使用される。このマンガンの抵抗率の温度依存性は、小さくはあるが最も小さいという事は無い。約 20-50 ppm である。電気抵抗のカタログを見ると、温度係数が 1 ppm 程度の抵抗も市販されている。マンガンが標準抵抗の材料として選ばれた理由の一つが銅との接触電位差が小さいという事である。

接触電位差は同じ材質でも、無視できるとは限らない。低温での温度測定用の熱電対の取り出し部分に feed through を使用しようとして、怒られた事がある。

[1-1] 発電機による発電

狭義の発電と呼んでおいた部分である。主に商用の電気を電力会社から購入する場合と、自家発電の場合がある。商用の電力を購入するならば、法律上の規制を除けばほとんど問題が無い。日本では交流のみであり、100-6000V 程度が入手可能である。地方により周波数が50、60Hzと異なる。交流モーターの様に、回転数を周波数に依存して決めている場合には注意が必要である。当然、周波数が異なれば、これに応じて出力も異なる。供給される電圧の安定性は10%以内を目標にしている。近くに、大電力を消費する装置が設置されていると、時として電圧が降下する。加速器を運転していると、朝の7時頃から電力の需要と供給に不整合が起こりやすいから、加速器からのビームが不安定になるという言い伝えがある。これは、アメリカでも聞いたが、確信は持てない。

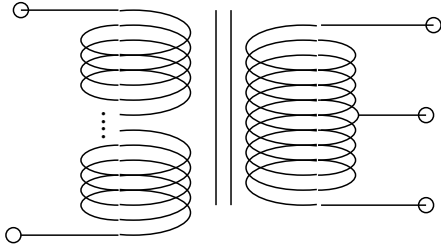
周波数の安定性は、短期的には0.1%よりも悪いだろう。但し、長期的には非常に安定している。これは、想像だが、電力会社が電圧や周波数を常時監視しているためだろう。

直流利用に対して、商用直流という概念は耳にしない。送電効率が悪い為に、長距離送電は経済的でないという理由による。何らかの方法で、商用交流を直流に変換して使用しているのだろう。銅やアルミニウムの精錬の様に、直流の大電力を使用したいならば、直流発電機を何らかの方法で駆動するという事も考えられる。発電機を利用するならば、発電機の回転の慣性を利用して、停電対策を行うというアイデアもありうる。小電力ならば、トランスと整流器を組み合わせれば良いだろう。必要に応じて、電圧や電流の制御回路を組み込むと精度の高い直流電源に仕立て上げられる。電圧に重点を置く場合と電流に重点を置く安定化回路が考えられるが、基本的には電圧を対象とする。この系統の回路はその内、この授業でも、もう少し詳しい話が出てくるだろう。

商用交流電圧の位相に付いては三相と单相の区別があり、電圧は実効値、即ち電圧を $V(t)$ とするとき、 $\sqrt{\frac{\int_0^T V(t)^2 dt}{T}}$ で与えられる。単(三)相交流では、最高電圧よりも $\sqrt{2}(\sqrt{3})$ だけ小さな値を表示している。ぎりぎりの絶縁耐圧で使用する時には、覚えておく必要がある。このような、実効値を使用すると電力の計算に便利な場合がある。

单相の商用交流では、一方の電線は必ずどこかで接地されている事も覚えておかねばならない。例えば、一般家庭の室内配線としてのコンセントを見ると、一對の差し込み口は同じ長さでなく長いほうと短い方の区別がある。長くて差し込み易い方が接地側である。

单相三線という給電方式が、現在では一般的である。単三と簡略形で呼ばれる事があるが、電池の規格ではない。单相2線式の交流をトランスの入力側に入れ、実効値が200ボルトの出力側の巻き線の両端と中央の計3点から出力線を引き出せば、いわゆる100ボルトの单相三線式の配線が可能になる。この意味で交流にも、極性がある。



通常は、出力側の midpoint がアースされている。電力線の一方と大地の間の電圧を必ずテスターで測定して、接地側を確認する習慣を身に付けておこう。接地側は、原理的には、素手で触っても安全である。実験する事を勧める訳では無いが、実験する時には、指の内側（指紋のついている方）で導体を触ってはいけない。必ず、爪側で触る事。感電事故で、筋肉が収縮したときに、導体を手放す方向に指が曲がるからである。これで、生命が助かる事もあるだろう。

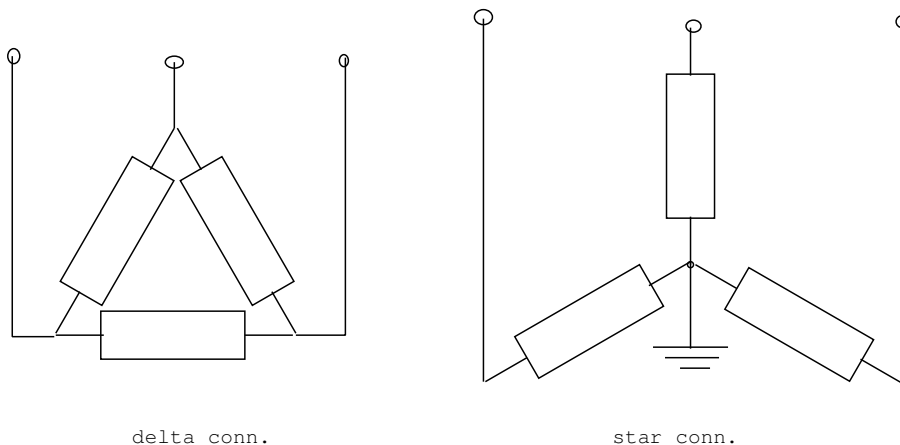
実験室で単相 3 線の電力を使用するときには、相間の電流があまり非対称にならない様な結線や使用法にも配慮しておくのが望ましい。単相三線からは、単相 200 ボルトの電力も使用出来る。しかし、可能ならば三相三線式の給電方式から、電力をとる様にするのが効率的である。単三から 200 ボルトをとると、実質的には 2 本の電線しか使用されていないのに、三相三線式だと、3 本とも電線を使用しているのだから当然であろう。

負荷を繋ぐ時には、hot 側にはまずスイッチをつけ、スイッチの下に負荷を繋ぐ様にしよう。こうしておかないと、負荷が故障した時に痛い目に会っだろう。スイッチは頻繁に操作するから、電気系統では一番故障しやすい部品の一つである。スイッチには、1 相だけを切る片切りと呼ばれるタイプと、2 相を切る両切りと呼ばれるタイプがある。自由度があるならば、両切りを選択しておこう。スイッチの近くにヒューズか NFB、OC 等の過負荷対策を必ず施しておこう。分電盤では SW の下流に、電子回路では SW の上流に置かれている場合が多い。

ヒューズには各種の機能を有するものが利用可能である。砂入りヒューズなどは、知っている人の方が少ないだろう。非常に高価で高感度の測定器には、即断ヒューズといって、ヒューズ的一方をバネで引っ張って切れ易くしたものも市販されている。温度ヒューズと呼ばれる、動作温度を指定できるものも市販されている。ヒューズがとんだ時、周囲の絶縁抵抗が下がるので、爪ヒューズの使用は避けた方が良いと思う。

設置する空間的なゆとりがあれば、NFB (no fuse breaker) の方が便利である。両切りの NFB は入手が困難である。

三相交流を使用する場合には、負荷の接続方法に star 結線と delta 結線の区別がある。star 結線では、3 個の負荷の一端を一所に集め、他端を電力線に一本ずつ繋ぐ。3 個の負荷の集中した部分は通常は接地される。delta 結線では、各負荷の両端に電力線が継る。従って、各電力線は二つの負荷に継れている。図を参照せよ。



図から分かるように、star 結線では二つの負荷で、電源電圧を分割しているのに対して delta 結線では一つの負荷で電圧を受けている。従って、delta 結線の方が大きな電力を消費し、star 結線の方が消費電力は小さい。負荷が必要とする電力によって、結線方法を使い分けると良いだろう。非常に大きな負荷を電源と直接接続すると大きな突入電流が流れ、電源・回路や負荷に物理的な損傷を与え、寿命を短くする場合がある。モーターには、starter といって突入電流を抑制する装置を付ける場合がある。簡単な場合には、最初は star 接続しておき、定常回転になってから delta 接続にすれば良い。少年時代に、電車に乗ったときに運転手がノッチを操作して加速度を制御していたのに見入った事がある人も多いだろう。電気系統の制御という意味では、結線を変えてモーターに流れる電流を変えているだけだろう。但し、現在の交流モーターを用いた電車では、SCR を利用しているだろうから、結線変更とは言えないかも知れない。

ついでに、負荷を電源から切り離す時の注意を一つ。特に、負荷にコイルの様に磁気的なエネルギーを蓄える性質が有る時、スイッチの接点付近で放電する場合が有る。引火性の可燃物が近くにあると、大きな騒動が持ち上がる。ガス洩れしている環境中で放電が起これば、火事やガス爆発にもつながる。接点が油や絶縁性のガス雰囲気中に置かれた様な、それ相応のスイッチがある事も知っておこう。

負荷がモーター (のコイル) である場合には、接続方向により、回転方向が変わる場合があるので、注意が必要である。

停電についての注意を一つ。停電したとき、すぐには電気系統をいじってはいけない。1 分後に通電される場合がある。安全を確認してから、電気系統は触ろう。特に、予告無く送電が再開される場合があることに注意しておこう。

[1-2] 直流電源について

直流を入手するには、1) 直流発電機を利用する、2) 交流電源と直流変換器を利用する、3) 電池を利用する等が考えられる

直流電流は、送電特性が悪いので電力を消費する場所の近くで発生させるのが有利である。従って、新幹線は交流送電であるのに対して、多くの近郊電車は直流を利用してい

る。直流モータでは、起動時に大きな加速度が得られるからである。一方、交流ではモーターの逆起電力の為に突入電流が少なく、大きな加速度が得られない。逆に言えば、滑らかな加速が実現されている。

1) 直流発電機は、自転車の様に人力で発電機を回す事は稀であり、大体は他の回転動力を利用する。従って、回転を発生させるのに他の動力エンジンを利用する分、商用交流が利用出来るときには、エネルギー的には不利になる。直流発電機は、交流発電機のどこかに整流機構を組み込む。回転軸付近にブラシを用いる場合が多いだろう。このブラシは、一部破損すると電氣的な雑音の原因になるので嫌われる場合がある。停電対策が必要な機器に対しては、発電機の回転の慣性を利用できるので、有利になる場合がある。これで失敗して世界中に放射能をばらまいた例もある。発電機の界磁コイルの電流を制御して磁気増幅器として利用すると、増幅率の非常に大きな制御系を手軽に構成出来る。アーク溶接の様に一時に多量の電流を使用する時に生ずる電氣的な雑音を嫌う場合には、クッションとして発電機を使用している場合もある。

2) 交流電源を整流して使用する場合。整流機構としては、電流に関与するのが主に電子であり、原子核はほとんど寄与しないという事実を利用する。例えば、放電現象は電子放出側のみ放電しやすい様に形状や電極物質を選定しておけば良い。熱電子を放出する陽極付近に電場をかけておいて、電子の動きを制御しても良い。三極真空管やブラウン管がこの例である。電氣的に性質の異なる物質を接合しておくとして一般に整流性を有する。このような機能を有する素子を整流素子と呼ぶ。整流素子に、あらかじめ直流電圧をかけて動作点をずらしておくほうが、整流効率が上がる場合がある。市販されている整流素子は、主に半導体を利用したものである。4個のダイオードを組み合わせると一つの部品に見せかけたものも、電子回路の部品としては賞用される。

商用交流を入力すると、特定の直流電流が取り出せる装置も各種市販されている。組み込み電源、直流電源等の名前で呼ばれている。電圧を固定したものと、可変に出来るものとがある。出力電流が過大になったり、短絡した時の保護回路を備えている場合もある。出力に直列抵抗を挿入して過大電流が流れるのを防ぐ場合もある(安全抵抗)。

3) 電池を利用する。電池を利用するのは、電子回路の電源として利用する場合や、動力源の緩衝装置とする場合があり、各種の電池が現在も活発に開発中である。停電対策や緊急電源としても利用される。

写真のフラッシュの電源の様に、一度発振回路を駆動して交流にし、トランスを介して高電圧に変換し、最後に整流してガス放電に利用するといった場合もある。DC-DC converterと呼ばれている。

電池の規格の最初に挙げられるのは、起電力であり、約1.5ボルトの物と、2ボルトの物がほとんどである。それ以上の電圧が必要な場合には、直列接続して使用する。電池には、流す電流とその電流の継続時間の積で容量を表す場合が多い。

燃料電池と呼ばれていて、発電機か電池か区別に困るものも、この原稿を書いている時点で、開発と市民の認知に向けて努力がなされている。

[2] 給電

ここでは、電気を電源から使用場所まで送る事である。電気エネルギーを送る為に送電するにあたり、磁気効果を利用する場合がある。電圧と電流の最大値を認識した後で、配線を考えよう。交流の場合には、無効電力もひょっとすると考えておかねばならない。電線便覧というものもあるので、参考にすると良い。配電材料は主に銅が利用されるが、ICの内部では蒸着の容易さという理由でアルミニウムが利用されている様だ。電車や自転車では鉄も利用されている。

考えておくべき、事をいくつか書いておこう。まず、絶縁物質について。原理的には、絶縁特性を有する物ならば何を利用してても良い。例えば、電力会社では空気も絶縁物として利用している。周囲の物質の周波数特性を考慮する必要があるが、高周波ではありうる事は絶縁物の処で少し説明した。熱や化学的に活発な雰囲気中での使用という事も時には必要だろう。可撓性のある絶縁物が好ましい場合もある。大きな電流を建物間で運ぶ場合には、この電線の絶縁物が火事を伝える機能を持つと言う事にも気を付けねばならない。放射線が強い環境では、特に中性子線により、絶縁物の劣化を心配する必要がある。原子核反応により線が物質中に作られる場合があるから、特にフッ素は要注意という事である。真空中に電力を導入する必要がある場合には、絶縁物の蒸気圧にも気をつける必要がある。この場合、有機物を避けておけば大体は大丈夫である。真空中で、導体と絶縁物を密着させておくと、この隙間の真空排気の意味でのコンダクタンスが非常に悪くなる。小電力ならばビーズを通しておくのが一つのアイデアである。フィードスルーにも色々ありうる。テフロンを絞ったものは、気密性に信頼が置けないものが多い。ハーメティックシールを使用したものは、接着剤や半田付けをする事になる。このときには、蒸気圧の低い接着剤を使用すべきである。半田の使用は避けた方が賢明である。ジメット線とガラスという組み合わせも利用可能であるが、力学的なショックを与えない事。アルミナ等の絶縁物の表面に金属を直接取り付け付けたフィードスルーは最も信頼性が高いと思う。フィードスルーをOリングやネジで真空壁に固定する方式は信頼性はあるが、場所の取り合いが問題になる場合がある。ピン式のコネクターを使う場合もある。この場合、ピンと電線に力学的な力をかけると、使用中に脱落する危険がある。真空内部で、電氣的信頼性と利便性考えてコネクターを使用する場合がある。このとき、コネクターは構造的に真空に対して、ポケットとなり、排気性能を低下させるだけでなく、内部に蒸気圧の高い絶縁物が使用されていないか確認しておくのが良いだろう。1000ボルト以上の高圧を導入するときに、コネクター内部で放電することがある。真空の内部は時として、かなり汚い環境であり、銀メッキした導体表面が酸化や硫化して黒く変色する事はよく経験される。導体表面の劣化が著しい場合がある。高周波特性が劣化する。到達真空度と、残留ガスが何かも考えておくのが良い。

絶縁物は一般に熱の不良導体である。電線の発熱を逃す工夫も必要な場合がある。特にコイルを作る場合には、中空の導線を使用し中に水を流す場合もある。コイルを作る場合には、空間に遊びをつくと熱伝導や空間の利用効率が悪くなるので断面が長(正)方形の導体も利用でき、平角導線と呼ばれている。空間利用率を高めるために、平角のアル

ミ導線をスピーカーコイルに使用したメーカーもある。平角導線の太いものは、bus bar とも呼ばれている。電線には、より線を使用したものと、単線のものがある。より線の方が、たわめ易いので日常的には使いやすい場合が多い。一方、回路内の配線に使用する場合には、単線の方が取扱が簡単である。

電線の接続部は一般に接触抵抗が発生し、この部分が発熱しやすい。大きな接触抵抗部に大電流を流すと発熱し、導体表面や絶縁体の劣化を招く。一度発熱や劣化が始まると、正帰還がかかり急速に接触抵抗の増加や絶縁不良が進行する。しっかりと、止めておかないと火災の原因となる場合もある。大電流の場合には、螺やボルトで固定するが接触面をきれいに磨き、時には電流用のワッシャーを挟み込む。酸化と漏電対策もしておくべきであろう。

エネルギー輸送の為に電流を使用しているならば、エネルギーはポインティングベクトルにより運ばれているという事を思いだそう。又、電気の良い導体はエネルギーの不良導体であり、エネルギーの良導体は電気の良い導体であるという事実も、知っておこう。従って、エネルギーの通路にはしっかりとした電気と磁気の良い導体を置かねばならない。

少し、定量的な説明をしておこう。電場 E 、電気変位 D 、磁場 H 、磁束密度 B を与えた時、エネルギー密度 w は次式で与えられる。

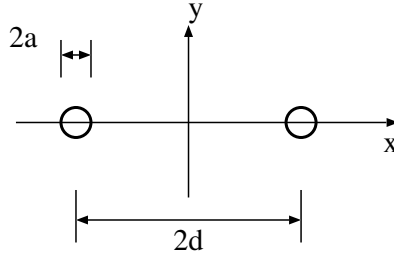
$$w = \vec{E} \cdot \vec{D}/2 + \vec{H} \cdot \vec{B}/2$$

又、電磁的なエネルギーや運動量の流れの密度は次のポインティングベクトル \vec{S} に比例する。

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

電場を作る一つの方法は、電荷を置く事である。電気の良い導体の一つの端に電荷を置くと、電場が良導体中にも作られそうであるが、先に、説明したように、瞬間的にこの電荷は消えて無くなる。従って、良導体中には電場はほとんど作られない。良導体中には電磁的なエネルギーを蓄える事も出来ないし、定常的な電磁的なエネルギーの伝達機構も持たない。コンデンサーにはエネルギーを蓄えられるではないかという反論もあるだろう。コンデンサーのエネルギー蓄積は、電極間の絶縁物中に発生した電磁的な歪みが担っているというのが電磁気学的な説明である。一方不良導体では、電荷に起因する電場がなかなか消えないので、定常的に電場や磁場が存在しうる。この時には、ポインティングベクトルがエネルギーを運んでいる。電場や磁場単独では、エネルギーを蓄積することは出来ても、定常的に運ぶ事は出来ない。

電流がエネルギーを運ぶ様子を理解する為に、平行導線の場合を少し調べよう。中心間距離 $2d$ だけ隔てて置かれた太さ $2a$ の平行導線に電流が流れている場面を想定する。図を参照。



線電荷密度が q の一本の電線のポテンシャルは以下の式で与えられ、対数ポテンシャルと呼ばれている。

$$\phi(x, y)_{(1)} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{r}{R}$$

ここで、 r は電線の中心からの距離であり、 R は次元を揃えるための長さである。

電線が2本になると、電線の表面電荷密度が円周に沿って一様でなくなる。この効果を電荷の中心が電線の中心から少しだけ原点方向にずれると仮定すると、この場合のポテンシャルは以下の様に書ける。

$$\phi(x, y) = X \log \frac{(x - d')^2 + y^2}{(x + d')^2 + y^2}$$

ここで、 d' は d よりも少しだけ小さな量である。 $x = \pm d \pm a, y = 0$ での電位が $\pm V/2$ であるという条件をつけると、

$$d' = \sqrt{d^2 - a^2}; \quad X = \frac{V}{4 \log \frac{\sqrt{d+a} - \sqrt{d-a}}{\sqrt{d+a} + \sqrt{d-a}}}$$

ときまる。この式を見ると、この解はアポロニウスの円で与えられる事を思い出した。

電場はポテンシャルの勾配から計算出来るので、

$$\vec{E} = -2X \left\{ \frac{x_-}{x_-^2 + y^2} - \frac{x_+}{x_+^2 + y^2} \right\} \vec{e}_x - 2X \left\{ \frac{y}{x_-^2 + y^2} - \frac{y}{x_+^2 + y^2} \right\} \vec{e}_y$$

簡単の為に、以下の略号を使用した、 $x_{\pm} = x \pm d'$ 。計算ついでに、導体表面の単位長さあたりの面電荷密度 σ を与えておこう。

$$\sigma = \epsilon_0 E = 2X \epsilon_0 \frac{\sqrt{d^2 - a^2}}{a(d + a \cos \theta)}$$

電線の内面側の電荷密度が大きくなっている。この電荷密度を導体に付いて一周積分すると、単位長さあたりの電荷 q が計算できる。

$$q = \int_0^{2\pi} \sigma a d\theta = 4\pi X \epsilon_0$$

c.f. $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{d + a \cos \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{d^2 - a^2}}$

そうすると、単位長さあたりの電氣的な引力 f_e が以下の様に計算できる。

$$f_e = -\frac{4\pi\epsilon_0 X^2}{d'}$$

c.f. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2d' dz}{\{(2d')^2 + z^2\}^{3/2}} = 1/d'$

電線間の引力には、磁氣的な力 f_m も評価せねばならない。1 A という電流の大きさの定義を知っている人は、どちらが評価すべき大きさかという事は理解しているだろう。この磁氣的な力は、一方の導線に流れる電流が他方の導線の位置につくる磁束密度とそこでの電流の積で与えられる。

一本の導体に流れる電流の強さを I とすると、導体の外での磁場 H は、 $H = \frac{I}{2\pi r}$ であるから、2本の電線では、これを重ね合わせておけば良いだろう。

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi} \left\{ \frac{-y\vec{e}_x + x_-\vec{e}_y}{x_-^2 + y^2} - \frac{-y\vec{e}_x + x_+\vec{e}_y}{x_+^2 + y^2} \right\}$$

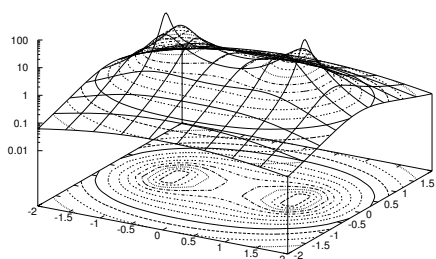
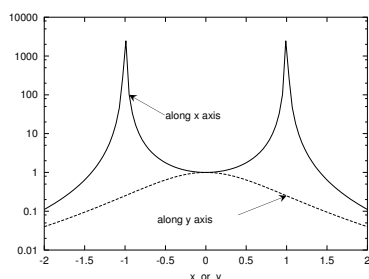
ここまで計算すると、2本の平行導線に電流が流れている場合のエネルギーの流れを評価する準備が整った。

簡単の為に、原点での値を計算すると、 $E_x = \frac{4X}{d'}$, $H_y = -\frac{I}{\pi d'}$ であるから、 $S_z = -\frac{4XI}{\pi d'^2}$ という大きさを持っている。簡単の為に、 $d=1$ cm、 $a=1$ mm、 $I=1$ A、 $V=100$ Volt とすると、 $X = -8.35$ Volt となり $S_z = 10.6 \text{ W/cm}^2$ となる。全体で 100W のエネルギーが流れていなければいけない。特に、 x 又は y 軸上のエネルギーの流れの密度は、

$$S_z(x, 0) = -\frac{4IXd'^2}{\pi(x^2 - d'^2)^2}, \quad S_z(0, y) = -\frac{4IXd'^2}{\pi(y^2 + d'^2)^2}$$

x, y 軸上のエネルギーの流れの様子を d' を長さの単位にして図にすると、下図のようになる。

2本の電線の間にエネルギーの流れる領域が限定されている様子が伺える。立体図にして見せると、右の図のようになる。



導体の外部には電場や磁場が出来ている。導体の外部に電場が出来るのは、実用上は、不都合である理由の一つとして、高圧線を例にとろう。ここでは、物理に限定するから下

にいる人間の健康被害を問題にするのではない。導線の下には大地があり、この大地は導体であると近似出来るだろう。ある瞬間には、導線は大地に対して正の電位にある。導体大地の表面には、静電誘導により負の電荷が誘起される。勿論、導線が2本あれば、もう一本の導線は負電位にあるだろう。この電線の影響でほとんどの誘起電荷は相殺される。しかし相殺は完全ではない。2本の導体を、電気的雙極子能率だと見て、鏡像の考え方を動員すると、大地の中に、雙極子能率が誘起され、これが交流の周波数で振動する事により大地を温めている。即ち、送電中に電力が失われる。

導線がつくる電場や磁場が外部に対して悪影響を与えない様にする為に、2本の導線を捻っておく。こうすると、外部に作られる場は場所により符合を変えるので、平均的には小さな場が外部に影響を与える事になる。

逆に言うと、外部の影響も受けにくくなる。

電柱は主に電力を送る為に利用される。この場合には電線が捻って無い場合が多いので、同じ電柱を利用して各家庭まで配線されている電話線は、出来るだけ電力線から距離をとって電柱に取り付けてある。勿論、電話線の方は捻ってあるので、下から見ると一本の線のように見える。

人間が口を閉じて、歌の音程をなぞる事をハミングと言う事がある。ラジオ、テレビ、ステレオ等の音響機器の電源を投入すると、ブーンという音が聞こえる事があり、これもハムとかハム雑音と呼ばれる。商用交流が誘起する電場や磁場を回路系のどこかで検出しているからである。ハム対策の一つは、回路近くの交流電線を捻っておくことである。この意味では、平行ビニールケーブルの屋内配線は感心しない。ステレオの出力段には、商用交流に対する、ノッチフィルターを入れる場合がある。ステレオを持っているならば、回路図を見て確認しておくが良い。大きなトランスも運転中はハム音をたてている。

電線は何故2本あるか？

上のエネルギー伝送の説明から、電場と磁場を同時に作る事が、必要条件である。逆に言うと、電場と磁場さえ同時に作り得るならば、どんな手段であろうとエネルギー伝送が実現出来る。一本の電線で原理的に良い場合と、現実的に良い場合もあるという例を先ず見ておこう。現実的な例の一つは自転車のライトである。この場合、自転車の発電機からライトまでは1本の電線が伸びている。帰りの線は無いが、自転車の車体が良導体である事を利用している。同様の例は、電車である。郊外電車の様に直流でも新幹線の様に交流でもパンタグラフは1本の電線に接触している。真夜中に、線路工夫が架線から沢山の電球を直列に垂らして、線路工事をしているのを見た事もある。トロリーバスの受電機構はどのようなになっているのだろう？

原理的な例を次に挙げよう。乾燥した冬に自動車から降りる時に、車体の金属部分に手を触れて、電気ショックを経験した人は多いだろう。座席と着衣との摩擦による静電気が発生していて、人体が非常に高い電位に帯電している。この電荷を自動車に手を通じて放電している時にこのショックを経験する。この時の電位は静電容量にも依るが、10 kV

以上になる場合も珍しく無いとの事である。可燃物が近くにあると、大変な事になる。昔のタンクローリーは鎖をぶら下げて走っていた。この鎖で、車体内部で発生した静電気を大地に放電するためである。この場合も導線は1本あれば良い。現在のタンクローリーは鎖をぶら下げていない。タイヤに電気伝導性を持たせているのだろうか？タンクローリーのかわりに、音きちの車がアース線をぶら下げている。

原理的に1本で良い場合は、電気伝導の時間が短くて良い場合に限られている様である。即ち、こちらと相手との静電容量への充電状態が異なる場合に限定されている。定常状態として、エネルギー伝送を想定して以下に考えてみよう。電場を作る為には、正負の電荷を離して置くか電荷を運動させれば良い。後者の場合には、電場が真空中を伝播するのに有限の時間がかかるという事実を利用している。磁場を作るには、電流を流すか時間的に変化する電場を作れば良い。後者の場合には、

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

という Maxwell の式を踏まえている。難しい式を持ち出したと考える人は電場が時間的に変化しているならば、変位‘電流’が流れているという事と等価だと思っておけば良い。上の式、右辺第2項は本来は変位電流‘密度’である。結局一番単純な場合には、電荷を載せた導体を持って来て、これを動かせば良い。Van de Graaff 型と呼ばれる発電機は実際にこのようにして、エネルギー伝送を小規模にはあるが実行している。

導体を動かさずに、電荷のみを動かしても良い。導体の一端からどんどん電荷を載せると、後ろから押されてどんどん前へ押されて動くだろう。動いているのは電荷でないという当初の説明を流用するならば、導体中の原子付近で大きな電気分極が発生しているだろう。上に書いた様に、電流と電場の時間変化とははっきりと区別が付かないのであるが、実電流と言う説明の方が、理解は簡単だろう。クーロンの法則を $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$ と書いて、右辺に登場する実電荷密度で左辺の電気変位 \vec{D} が制御されていると読むと、納得しやすい。電荷を一端からどんどん押し込んだ時、導体表面に電荷が蓄積されると電位が上がり、送り込む事が困難になる。送り込まれた電荷に仕事をさせて、電位を下げる必要がある。電荷もどこかへ捨てる必要がある。回収しても良い。回収するにはもう一本の導体が必要である。回収しないと、送り出す側の電位が上がりすぎて、実用上は困った事になる。これが、導体が2本必要な理由の内の必要条件の部分であろう。必要条件が充分条件になっているか、そうでないのかは検討すべき課題である。この事を丁寧に考えると、視野が広がるだろう。先ず、Lorenz gauge で電場や磁場を記述するポテンシャルを考える。以下の方程式を、スカラーとベクトルのポテンシャル ϕ 、 \vec{A} が満足する。

$$\nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} / c^2 = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} / c^2 = -\mu \vec{i}$$

どちらのポテンシャルも全く同形の微分方程式を満足するというのが、Lorenz gauge を使用する結縁である。どちらを取り上げても同じ事だから、スカラーポテンシャルを使

用する。ポテンシャルを規定しているのは、電荷密度 ρ である。電荷が存在しない領域では、

$$\nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} / c^2 = 0$$

と簡単になる。左辺第2項の分母には光速 c が登場している。 c は非常に大きな速度であるから、右辺第2項は非常に小さい。これも無視出来るとしよう。商用交流の周波数を高めに見積もって 100 Hz とすると、この近似は、 $3 \times 10^4 \text{ m}$ よりも小さな距離の対象に対しては誤差は 1% よりも小さい。この近似を利用すると、

$$\nabla^2 \phi = 0$$

という Laplace の方程式になってしまう。これは静電気の問題である。即ち、導体を2本 (又は複数本) 置く時、ラプラスの方程式を満足するような電位分布が存在するならば、充分条件が成立する事が分かる。この時には、電場は導体に直交している。方程式の対称性から考えて、当然 磁場も導体に直交している。電流の (導体の長手) 方向に対して、電場と磁場が直交している時、この波を TEM 波と呼ぶ。T は transverse の略であり、横方向という様な意味である。(長手方向、進行方向に平行な方向は longitudinal と呼ばれる。) E と M は electric と magnetic field の略である。導体の至る所で、静電気の問題と同じ問題の電位分布になっていれば、充分条件を満足している。これは、導体上に誘起される電荷を調節すれば必ず可能である。導体に載せた電荷が、お互いに相談して(?)、この条件を満足する。導線を2本使用すると、エネルギーの通路を制限するので、送電中に誘起される鏡像電荷に消費されるエネルギーを減らす事にも役立っている。

少し厳しい人は、光速が無限大という近似を使用しての充分条件は本当の充分条件では無い! と主張するだろう。この近似を取り払うと、何処が変わるのだろうか? ここでは方程式を解かないが、参考となる事実を指摘しておこう。導波管の問題を解いた人は、電磁波の進行方向に対して、導体表面の電場や磁場は両者が同時に直交する事は無いが、一方のみは直交するような解が存在し、TE 波、TM 波として知られている事を思いだそう。光学に強い人は、TE や TM の代わりに p 波と s 波を考えても良い。電場と磁場とは、同時には導体に直交しないのである。TEM 波では直交していると言ったのが厳密には嘘であり、少しだけ傾いていると考えておけば良いのである。

3本以上の導体を用いた電力輸送も、上の条件を満足するならば可能である事が、この説明から分かるだろう。これで、三相交流でも 100 相交流でも作りたければ作り得る事が分かる。後は、技術と経済の問題である。 100 相交流を使うと、モーターは非常に滑らかに回転するだろうし、整流してそのまま直流として使用できるかもしれない。但し、位相を区別するのはややこしいだろうな。

さて、上に採用した近似を一つ取り去るとどのようなになるかをもう少し説明しておこう。 c^2 を無視しない近似では、 $\rho = 0$ という電荷が存在しない空間で、デカルト座標を使うと、 $\exp i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ という形の関数が方程式の解になる。但し、 $\omega = \pm kc$ という条件がつく。この式を見ると、特に難しい事は無いだろう。境界条件を付けなくて良ければ、

無限に広い空間ならば、このままで電磁波が空間を伝わる事が言える。条件が付かないから、波数 k 又は振動の角速度 ω は実数という条件だけである。これが、いわゆる光である。

光が空間を伝播しているだけだと思つて、境界条件を付けるのは簡単である。最初から 3 次元的に考えるのは複雑だから、先ず 1 次元だけの条件を考えよう。一つの平面導体が置かれているだけならば、光が反射するというだけである。これは、知っているとしても何も面白い事も難しい事も無い。次に、たいらな導体を 2 枚平行に並べてその中を、光が伝わるという条件を考えよう。これを、 $x = 0$ と $x = X$ に導体が置かれていて、その内部に光が存在するを考える。この 2 枚の導体で反射した光は干渉するだろうから、この導体に対して対称な波ならば安定な波が立つだろうと想像がつく。即ち、2 枚の導体の間を往復する間に、波長の整数倍の波がたてば良い。即ち、 $2k_x \times X = 2\pi \times (\text{自然数})$ というのが k_x の満足すべき条件である。波が、 $x=0$ と X の間を往復しながら、例えば z 方向に進んでいる状態を想定している。 y 方向にも 2 枚の導体を $y = 0$ と $y = Y$ にも置いた時には、更に、 $2 \times k_y = 2\pi \times (\text{自然数})$ という条件が加わる。これで、角パイプの内部に電磁波 (光) を通す必要条件が大体理解できた。もう一つ条件がある。 $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ という条件を思い出すと、 $k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2 > 0$ でなければならない。このような、電磁波を導く角パイプを導波管と呼ぶ。この波数と導体サイズに対する条件があるから、一定周波数の長い波長の光を導波管で導く事は経済的では無い。家庭での使用例としては、BS 放送のパラボラアンテナの焦点付近に使用されているのを見る事が出来る場合がある。

上の例で、 z 軸方向にも $z = 0$ と $z = Z$ に導体で蓋をしてしまえば、空洞共振器が出来る。全ての方向に蓋をしてしまうと、どのようにして中に光をいれるのか? という問はあるだろうが、工学上は非常に重要な概念である。これを知らねば、電子レンジでチンという技術は生まれていないだろう。

電氣的なエネルギー伝送の手段をまとめると、以下の様になるだろう。

- 0) 非常に早い周波数を使用するならば、ただ単に真空の、波長に較べて、広い真空領域を使用すれば良い。
- 1) 常識的な意味で、導体パイプが作られる様な波長領域ならば、導波管を利用できる。
- 2) 更に波長が長くなると、複数の導体を用いて電流として、電気を導く。極端に波長が長い場合として、直流もこれで利用できる。

家庭用の BS アンテナの例で理解できるように、導波管は少しぐらいならば曲げてても良いが、曲げた部分での反射波が、干渉効果により、電波を弱めるのであまり長いものは使用されない。アンテナの例では、途中から同軸ケーブルになっている。同軸ケーブルは、2 本の導体を使用しているが、一方の導体を線にし、もう一方の導体をパイプ状に加工している。同軸ケーブル内部でも、ラプラス方程式の解は存在するから、TEM 波が伝わっていく。同軸ケーブルでは、外部に電場が洩れないので伝送効率が高く設定できる。外部に

洩れないという事は、外部からの電氣的な影響を受けにくいという事でもある。しかし、同軸ケーブルは磁性体を使用していないので、磁氣的な雑音に対して鈍感という訳ではない。高感度の真空管式ステレオ回路では、真空管内部の電子軌道が外部磁場の影響を受けない様に、磁気シールドをする。

[3] 通電

電気機器を使用する時に、器具に直接電源を繋ぎ込む時もあるが、安全対策や自動制御等の目的で、間接的に電源を入れたり切ったりする方が今では多いだろう。

この時の注意事項をいくつか、気の付くままに記しておこう。

単純な場合には、ナイフスイッチやスナップスイッチを使用すれば良い。スイッチを入れたはずなのに機器が動作しないという事も時々経験される。受電中であるという表示をしておくのが、一つの方法である。ネオンランプを組み込んだスイッチも入手出来る。表示ランプの色をどのように選択すべきかという事には、世界中で統一見解は無い様に思われる。機器の運転中が緑であったり、赤であったりする。電源からの電力を受電中、待機中、動作中という区別をする場合もある。ランプ寿命は、短いとその意味をなさない場合がある。100ボルト受電に対し、110ボルト用の電球を使用するといくらか事態は改善される。発熱が、長期的には問題となる場合がある。これらの対策として、発光ダイオードやルミネッセンスを利用する場合も多い。

当然の事であるが、商用交流を受電する場合には、電圧、周波数、受電能力等にも設計時には注意しておこう。機器が故障した時に、過電流を取り込まない様な装置も、受電部分に組み込んでおくのが良いだろう。小さい方では、fuse、NFB(No fuse breaker)、OC(over current) 等が賞用される。もっと大きな電力の場合には、プロに依頼すべきだろう。OCB やクローバー回路と言われて、面食らう事もあるだろう。fuse は種類がかなり多い。即断型、温度 fuse 等の機能による区別、容量による区別、砂入り fuse の様な高電圧による区別等もある。fuse、NFB、OC 等の安全監視装置が trip しているかどうかは外部から簡単に判断でき、操作も出来るが、いたずらは出来ないという場所を選んで設置する。

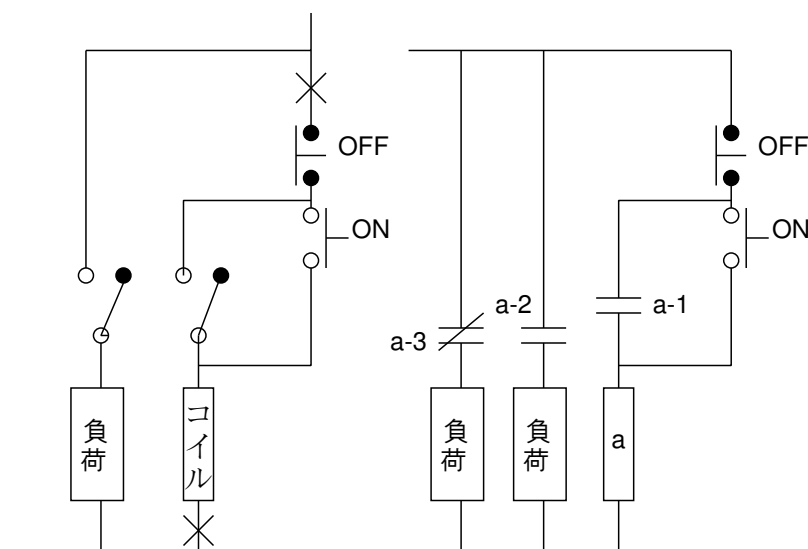
100Vと200Vという様に複数の電源を要求する場合には、その識別をはっきりしておかないと、事故を誘発しかねない。特に、コネクタの形状を違えておくのが良い。

スイッチには、両切りと片切りの区別をするものがある。安全の為に、可能な限り両切りのスイッチを使用すべきだ。3相交流で働くモータをナイフスイッチで操作出来るようにして、操作が不十分であった為に、2相だけに電流が流れていて、モーターが煙をふいた場合がある。電磁継電器を用いておくのが、他の条件での入り切りを制御出来るし、停電時対策にも利用出来るので、ナイフスイッチを利用するのは、避けた方が良い。

リレーを使うと、視野が広がる。安全運転の機構を組み込んだり、遅延リレーや各種のセンサーと組み合わせての複雑な操作も可能である。リレーを組み合わせて、計算機を作った人もある。僕も若き日にリレー計算機で平方根を計算した経験がある。リレーはコ

イルと電気接点の組合せで作られている。コイルに電流を流すと、鉄片を引き付け、結果的に電気接点を開いたり、閉じたりする。コイルに流す電流は、直流のものと交流の物があり、印加電圧による区別がある。勿論、接点電流容量の大きさにも各種の物が作られている。コイルに電圧を印加してから、接点が発定するまでに 10 ミリ秒程度の時間を要する。コイルに電流を流していない時に閉じている接点を NC(normally close)、開いている接点を NO (normally open)、開閉に関係ない接点 (共通接点, common) の区別がある。JIS では、NO 接点を a 接点、NC 接点を b 接点、共通接点を c 接点と呼んでいる。複数組の接点を持つ物がある。make before break、break before make (bbm) という区別も使い分けた事がある (チョッパアンプや位相検波)。一方の接点が発通になってから、他方が切れるのが mbb (make before break) 接点である。

リレーを利用する回路としては、基本的には、自己保持回路を覚えておけば良いだろうから、以下に説明しよう。モーターのスイッチを入れた状態の時に、停電があったとする。その後、停電が復旧した途端にモーターが回転を始めると、危険な場合があるだろう。停電時に事故が起こっていない事を確認してから、モーターを使用するのが安全上の、常識というものだろう。図を見ながら説明しよう。



リレーはコイルと接点を描けば、原理的には良い。コイルは図の様に四角の箱や抵抗と同じ様なギザギザ記号を用いる。接点は、小さな丸印とし、NC 接点は黒く塗りつぶす。COM 接点と NC 接点は非通電時に繋がっている。図では上から交流 100 V の電源線が 1 本降りて来ているとする。この線は、リレーの NO 接点と On/Off スイッチの方へつながっている。この On スイッチは押した時だけ導通するという意味が込められた記号である。On スイッチの上には Off スイッチがある。この記号は押した時だけ切れるという意味が含まれている。On SW を押すと、電気は Off SW とコイルを経由して下に描かれた、もう一方の AC 線に到達する。即ち、コイルは励磁され COM 接点と NO 接点繋がる。この時点で On SW を離してもリレーの接点を経由する回路が形成されているの

で、コイルは励磁されたままである。コイルが励磁されると、左側の NO と COM 接点もつながり、負荷には電流が供給される。ここで、Off SW を押すとコイルへの回路が切れるからリレーは切れる。一度切れると、次に On SW を押すまで電源は入らない。On 状態で停電になっても、リレーが切れるので、Off SW を操作するのと状態的には同じである。一度、On SW が操作されるとこの SW の状態に依存せずに On 状態を保持するので自己保持回路という名前が付いている。

この回路には発展形がある。Off SW とコイルの間に有る種の条件が成立した時のみ導通状態になる接点を図の X 印の位置に追加しておく、この条件が成立していないと、On SW をいくら操作しても電源が入らない様に出来る。または、運転途中に有る種の条件が成立しなくなると、自動的に運転が止まるように回路を組めるという訳である。例えば、洗濯機が脱水作業をしている最中に脱水槽の蓋を開けると、脱水作業は中断される。湯沸し機と温度測定用のバイメタルとを組み合わせると、沸騰すると電気が止まるようにするのは簡単だろう。複数の条件をここに組み込む事も出来る。

動力モータの起動用には、モーターに過電流 (OC、over current) が流れた時に、リレーが切れる様な電磁継電器が市販されている。OC は上の右の図で言う a-1 を必要ならば切る様に配線される。

複数のリレーが同一回路図内に記されるとき、区別の為にリレーに名前を付ける。この時には、コイルに名前を書き込み、接点には名前と接点番号を書く。上の図では、負荷とコイルがすぐ隣に書いてあるが、複雑な図面ではこのような書き方をすると配線が錯綜するので、コイル a の接点 a-1 と a-2 が遠く離れ離れになっている事もある。このような時には、右の図の様な書き方をする。コンデンサーと同じ記号が NO 接点であり、コンデンサーの右上から右下に斜線を加えたのが NC 接点である。

この知識があれば工夫次第で、かなり複雑な機構の自動運転も可能である。特に、安全監視機構として有用である。更に自由度を広げるリレーとして、on delay や off delay と呼ばれる、遅延リレーの一群がある。これは、リレーのコイルが励磁されてから有る程度の時間経過後に接点が動作するものである。

又、メーターリレーと呼ばれる、計測用のメーターとリレーが組み合わされた機能のリレーもある。メータが有る程度振れるとリレーが動作する。

電氣的なリレーは便利であるが、電気が無い場所では働かない事も熟知しておかねばならない。停電の時に働く安全装置は、電池や発電機に頼る場合もあるし、あらかじめ空気圧を蓄えておいて、これを利用する場合もある。

リレーで制御する話をすると、必ず計算機を使う方が良いのではないかという発言を聞く。複雑な制御を後から組み込むならば計算機が良い場合もある。特に時間的に早い応答性が必要な場合には計算機は有用であるが、最終的な電力の制御には計算機は対応しきれない。1000V の電源を On/Off する計算機は作れないか、又は非常に高価なものになるだろう。故障の時にも、プログラムで制御されたものは、素人には手が出せない。又、丈夫さという概念も考慮されねばならない大きな因子である。Vulnerability という概念がある。安全という概念を議論するには是非とも知っておかねばならない概念である。

問 5 階建の建物には、通常エレベータが取り付けられている。このエレベータを各階から呼び出せるようにするリレー回路は、どんな配線になっているだろうか？

[4] 代表的な回路部品

最初に登場すべきは、電氣的な導体と絶縁体である。導体としては、主に銅やアルミニウムが使用される。

[4-1] 導線

単純な構成では、最低 1 対の導線を電源から消費地まで、具体的には発電所から変電所まで、電源回路から抵抗まで、抵抗からトランジスタまで、の順路に用意する。この電路に信号を載せたとき、どのように信号が伝わるかを議論しよう。簡単の為に、平行ケーブルを想定し単位長さ当たりの抵抗、静電容量、インダクタンス、二本の導線間のリーク電流をきめるコンダクタンス、をそれぞれ、 R 、 I 、 L 、 G と置く。ケーブルの長手に沿った座標を x と表す。点 x での電位と電流を $V(x)$ 、 $I(x)$ とすると、点 $x+dx$ では、電位や電流は一般にいくらか減っているだろう。

$$I(x) = I(x+dx) + Gdx \times V(x) + Cdx \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$V(x) = V(x+dx) + Rdx \times I(x) + Ldx \frac{\partial I}{\partial t}$$

上の式は、点 x へ流入する電流は、点 $x+dx$ から流れ出すか、長さ dx の区間でグラウンド側へ洩れていくか又はこの区間の静電容量に蓄えられるという事を言っている。下の式では、点 x の電位はそのまま点 $x+dx$ に伝えられるかまたは dx の区間の抵抗により電位降下するかこの区間での磁気誘導に起因する逆起電力になると言っている。この関係式を書き下すとき、オームの法則を使用し、変位電流を無視しているのであまり高い周波数の電磁現象には適用出来ない。例えば、電子レンジに使われている 2.54 GHz のマグネトロンではこんな式は使用されないだろう。大体 1 GHz 程度までと考えておこう。もう少し低い周波数が上限だという意見もあるだろう。近似ついでにもう一つ近似を導入しよう。時間依存性を $\exp(j\omega t)$ とする。ここで、 j は虚数単位である。この近似では、過渡現象の記述は不完全である。疑問を持つ学生には、Sommerfeld の電磁気学の教科書、初期微動の節を読む事を勧めておこう。この近似では、 $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$ という置き換えが出来る。この結果、

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -(G + j\omega C)V, \quad \frac{\partial V}{\partial x} = -(R + j\omega L)I,$$

という連立微分方程式を得る。 I 又は V を消去すると、

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \gamma^2 I, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2 V.$$

ここで、 $\gamma^2 = (G + j\omega C)(R + j\omega L) = (\gamma_R + j\gamma_I)^2$ とおいた。ここで、電路のパラメータは x に依存しないと仮定した。この方程式の解は

$$I(x, t) = (I_+ \exp(\gamma x) + I_- \exp(-\gamma x)) \exp(j\omega t)$$

$$V(x, t) = (V_+ \exp(\gamma x) + V_- \exp(-\gamma x)) \exp(j\omega t)$$

と書ける。但し、微分方程式の解であるから、直流成分の自由度が無視されている。 V_+, I_+ に比例する項は $v = \omega/\gamma_I$ で $x < 0$ の方向に進み、 V_-, I_- の項は逆に、 v の速度で $x > 0$ の方向に進む。上で調べたように、信号は原理的には二つの進行波として伝送される。上で与えた微分方程式は x の二階微分方程式であるが、 $x \rightarrow (-x)$ という変換に対して形を変えないので、波の進行方向には無関係であり、二方向へ進む波が対等な解として登場する。一般的には、信号伝播の途中で振幅が大きくなることは無いので、減衰する解の方を採用する。従って、 γ_R が 0 でないならば、信号は $\Delta x = 1/\gamma_R$ 進む毎に振幅が $1/e$ だけ減衰する。レーザー、メーザー発振管や進行波管内部では、伝送路中に分布するエネルギー源からエネルギーの供給を受けて、振幅が電路中で大きくなる。これは、例外的な場合である。

実用的なのは、リークが無く ($G = 0$)、抵抗も無視できる ($R = 0$) 導線を使用する場合である。この場合には $\gamma_I = \omega\sqrt{LC}$ であるから、信号伝達速度は $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ と表せる。

この時、

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = c$$

と書けるから、ケーブルに使用されている絶縁物の誘電率と透磁率の積、常識的には光の早さ、で信号伝達速度は決定される。

直径が $2a$ の導体を D の間隔で平行に置いた時の、単位長さ当たりの静電容量 C とインダクタンス L は次式で与えられる。

$$L = \frac{\mu}{\pi} \log \frac{D}{a}, \quad C = \frac{\pi \epsilon}{\log \frac{D}{a}}$$

円筒型のいわゆる同軸ケーブルを使う場合には、導体の内径と外径を a, b とすると、単位長さ当たりの静電容量 C とインダクタンス L は、

$$C = 2\pi\epsilon / \log \frac{b}{a}, \quad L = \frac{\mu}{2\pi} \log \frac{b}{a}$$

で与えられる。

個別の場合に、具体的に計算しても確かに、伝達速度が上の式 v で与えられる事が分かる。

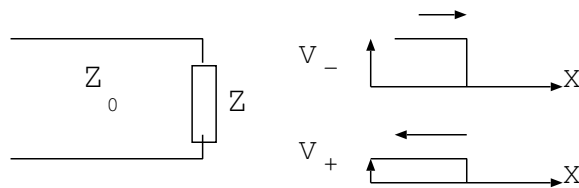
もしも、この誘電率や透磁率が ω に依存しない(分散が無い)ならば、信号は歪まずにケーブルを伝送される。但し、現在のところ、原理的に分散性を持たない媒質は真空だけである。実用上の媒質は程度問題として分散性を有するから、信号波形は必ず歪む。使用する周波数帯域で絶縁物を選びなさいという事である。

電流と電圧の比でインピーダンスを定義してきた。減衰しながら一方向に伝わる波だけを取り上げて、

$$Z_o = V(x, t)/I(x, t) = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

を特性インピーダンスと呼んでいる。特性インピーダンスは伝送線の性質を決定する大切なパラメータの一つである。この式の中央の式の分子と分母は見掛け上 x に依存しているが、最右辺の式は x に依存しない事に注意しておこう。即ち、構造が一様なケーブルではどこで切っても、ケーブルのインピーダンスが Z_o に見える。

特性インピーダンスが Z_o のケーブルに信号を載せたとする。今の場合には、送信側からもう一方の端(受信端)へ向かって $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ の速度で伝えられる。受信端のインピーダンスを Z とすると、一般には反射波も発生する。この点を図を見ながら考えよう。



送信側での入射波と反射波の電圧を V_- , V_+ とすると、ケーブルに流れる電流は、 $(V_- - V_+)/Z_o$ である。一方受信側のインピーダンス Z に流れる電流は、見掛け上、 $V_- + V_+$ の電圧がこのインピーダンスにかかっているから、 $(V_- + V_+)/Z$ である。この電流を等値すると、送信波と反射波の振幅比は以下の様な簡単な関係にある。

$$\frac{V_+}{V_-} = \frac{Z - Z_o}{Z + Z_o}$$

特に、(受信側) 負荷インピーダンスが特性インピーダンスに等しい時には反射は起こらない。即ち、送ったエネルギーは完全に受信側で消費される。この事情は、インピーダンス整合と呼ばれている。不整合が起こっていると、信号源から送ったエネルギーは反射波として、送信側に戻って来る。送信側ではエネルギーを無駄に使用しているだけでなく、最悪の場合には、反射して来たエネルギーで送信側の機器が破壊される。

極端な反射の場合として、反射率は 1 と -1 の場合がある。受信端が開放されているならば、 Z は無限大であり反射率は 1 、即ち送り込まれた信号と同位相の信号が反射される。逆に受信端が短絡されているならば、 $Z = 0$ であり、反射率は -1 である。この時には、入射波とは逆符号の信号が出て行く。特に、信号伝達速度が v で、長さ L 、一端が短絡されたケーブルの他端から階段波を送り込むと、反射波と階段波が相殺する部分があるので、時間的な長さが $2L/v$ の方形波を作る事ができる。過去には、時間幅を正確にきめたパルスを作るのに使用された。この技術は、delayline clipping と呼ばれている。

次は、抵抗・コンデンサー・コイルであろう。

[4-2] 抵抗

電路における電流量を制限する機能を有するものならば、何であって(電気)抵抗とし

て使用できる。電気抵抗という意味では積極的に、挿入する場合と避けられない場合があるが、部品としての使用は積極的に挿入する場合を考える。材料面からは、炭素系と合金系に分類できる。炭素系の方が安価であるが、一般的に言って信頼性が低い様である。回路を量産するのでないならば、金属皮膜抵抗と呼ばれる様な、合金系の抵抗を採用するのが無難だろう。 $10 - 10^6 \Omega$ 程度ならば簡単に入手出来る。抵抗値と精度の表示には、対数目盛による分類と色分け(カラーコード)が使用されている。有効数字が2桁の場合が一般的であるが、3桁表示の場合もある。カラーコードは数値の表示に0、1、。。8、9の数値に対して、黒、茶、赤、橙、黄、緑、青、紫、灰、白を当てる。有効数字が2桁の場合は、部品の端から2本の色付き帯筋が有効数字を与え、3番目の帯筋が桁を表す。4本目の色付き帯筋がある場合には精度を与え、金なら5%、銀なら10%を意味し、この4番目の筋が無ければ20%である。例えば、端から順に茶、緑、黄という3本の帯筋が書かれていれば、 15×10^4 オームと読む。但し、3番目の帯筋が金と銀の場合には、0.1、0.01と読む。精度と確度を要求する場合にはメーカーのカタログを何社かあたる必要がある。0.1% 級の部品も入手可能である。小さなメーカーだと特注にも応じてくれる。温度係数もかなり大切な要素である。ニクロム線の温度係数は約500 PPM 程度であり、マンガン線だと20-50 PPM 程度である。世の中には1 PPM の抵抗も売っている。小さな抵抗だと、マンガン線をそのまま使用するという事も考えられる。10 M オームよりも大きな抵抗はかなり入手しにくい。

負帰還をかけて抵抗の比だけで精度良く利得を制御したい時には、連成 (network) 抵抗にも目を向けた方が良いだろう。抵抗の安定度という場合、他の回路部品との接触(接続)部分での抵抗の温度係数を考慮しなければならない場合もある。

抵抗には、電流を流すので電圧をかけねばならない。高い電圧で使用する場合には、表面抵抗が無視出来ないので、サイズが小さなものはガラスに封入し、大きなものは絶縁油に浸して使用する場合もある。高抵抗の物は、表面を指で触ってはいけない。

抵抗に電流を流すと、発熱する。抵抗自身の規格として、ある程度の発熱を許すものもある。若いころに、発振回路に100ワット程度のホーロー抵抗を半田付けしておいたところ、回路の使用中に発熱で半田がはずれた経験がある。放熱にも注意が必要である。空冷する場合には、換気を考慮したケースにしておく必要があるし、回路を置く部屋そのものの冷却や温度制御も必要になる場合がある。抵抗値の温度変化を、温度計に利用する場合がある。サーミスタと呼ばれる、簡易型の部品もあり、温度センサー兼発熱体として使用する場合もある。

ある程度の精度が必要で、しかもインダクタンスを嫌う時には、無誘導巻きという抵抗器もある。

高精度の抵抗器では、接触抵抗にも配慮する必要がある。半田付けは、経年変化に対する信頼性が低いから、カシメ(圧着)を利用するほうが良いという話を聞いた事がある。極低温の温度センサーの様に、高感度を要求する抵抗線は、途中で切ったりつないだりすると信頼性が落ちる。

可変抵抗を利用したい場合がある。炭素皮膜や巻き線抵抗器が一般的である。ここでも、

ガリオームと揶揄されるような部品は敬遠しよう。直線的に接点を動かすものと、回転により接点を動かすものがある。回転角度が300度というものが一般的であり、回転角度と抵抗値が比例する可変抵抗器はB型と呼ばれている。移相回路や、フィルター回路では回転角度と抵抗値が比例するのは不便である。この場合、A、Cと呼ばれる型の可変抵抗を利用すると良い。可変抵抗は、高信頼性(精度、確度、温度係数、良い直線性等)のものが入手しにくいので、調節用に使用するときには可変範囲を狭くして、固定抵抗でカバー出来る部分は固定抵抗を使用する方が信頼性は上がる。

精度が高い可変抵抗はポテンシオメータと呼ばれている。摺動子の運動形態によりヘリポットとか、リニアポテンシオメータと呼ばれている。サーボ機構のセンサー部分として位置や回転角の読みだしにも利用できる。ヘリポットの利用には、力学的要素も考慮しておく必要がある。接点にかかる力が不均一になったり、ストッパーが破壊される場合も経験している。

切替え器により接続を変えて、抵抗値を不連続的に変化する抵抗器もある。

[4-3] コンデンサー

蓄電器という日本語が示す様に、電荷を蓄える装置である。大きさはかなりのバラエティーを有する。小さな物は計算機のメモリーに使用されている。手元のメモリーチップでは2 cm²程度で、8 MBだとすると1個のコンデンサーは最大 $6 \times 10^{-8} \text{cm}^2$ という事になる。大きなものでは、新幹線の通過時の電圧降下対策に作られたというコンデンサーが話題になった事を覚えている。静電容量だけだと、10ファラドというカタログも見た事がある。

2003年秋現在、18KFというコンデンサの表示を見た。多分、18000ファラドという意味だと思う。大きな静電容量が実現出来たものだ！静電容量が大きくなると、電力供給の平滑化に役立つ。太陽光発電や深夜電力と組み合わせたり、定格での定常運転エンジンと組み合わせると、かなり将来性のある部品として発展する可能性を秘めている。

静電容量と動作電圧が主な規格であるが、使用可能な周波数帯域も非常に重要なパラメータである。使用可能電圧の表示には working voltage を略して WV と書いてある。電子回路の電源側に挿入されたり、パソコンと略称されるバイパスコンデンサーには、電解コンデンサーとチタコンと呼ばれるコンデンサーを並列に入れるのが一般的である。電解コンデンサーは高周波数では、静電容量が小さくなる。この欠点を静電容量は小さいがより高い周波数まで使用できる、チタン酸バリウムや酸化チタンを用いたコンデンサーで補っている。ものの本を見ると、銀メッキした雲母を使用したものが良いらしい(パソコンとして使用するのには贅沢？)。

他に、放電特性がある。即ち、コンデンサーの両電極を短絡したときどれだけの電荷が放電されるか、または残るかという事である。これは、電極の電気伝導度と絶縁物の双方に注意が必要である。

コンデンサーは、電荷を蓄えるか、交流信号を通す為に使用される。電荷を蓄える機能

を利用するときには、出来るだけこの機能を利用する装置の近くに置く事を考えないといけない。後で、emitter follower の電源部分にコンデンサが入った回路図を見るだろう。

真空中に長い一本の電線を置いた時の静電容量は、単位長さあたりで考える。2次元の問題では対数ポテンシャルは発散するからである。無限に長い同軸円筒の場合には、内外径を a 、 b とすると、単位長さ当たりの静電容量 C は、 $C = 2\pi\epsilon/\log(b/a)$ と表せる。静電容量を減らすためには、太い線よりも細い線を使うほうが良い事が分かる。また、グラウンド線(面)から配線を離すのが浮遊容量を減らすのに良い。静電容量は、内外径の比だけに依存するのだから、比を一定にしたまま、導体の直径を大きくしたり小さくしても、静電容量は変わらない。但し、これは2次元近似が出来るという仮定の下での議論である事は忘れない様に。

浮遊容量を減らす為の極端な手法として、‘空中配線’がある。空中配線は、高感度増幅器、高周波増幅器の入力段で使用される場合がある。この場合、使用する電線が細いと振動による不安定性が生ずる。力学的な固定法も考えておく必要がある。

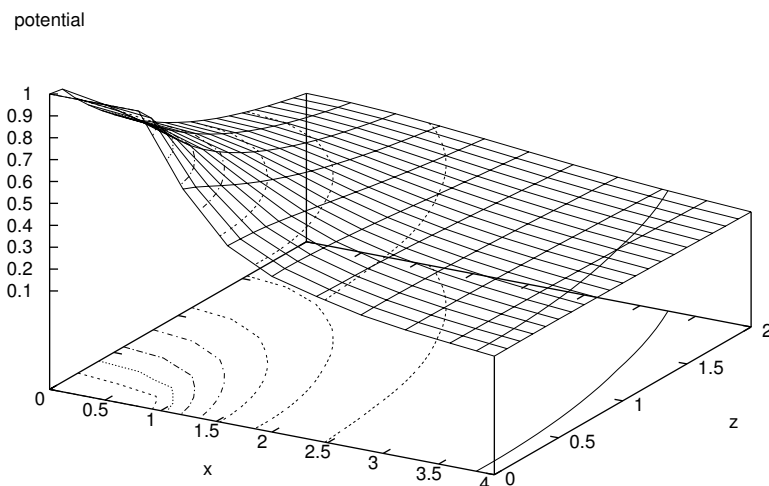
静電容量は、電極間にはさむ絶縁材の物性に依存する。この温度係数が問題となる場合がある。小さなコンデンサーでは、室温での温度係数が0というものも、頑張れば入手出来る場合がある。温度補償型のコンデンサと呼ばれている。正・負の温度係数を持つ絶縁物をサンドイッチにして使用しているのであろう。経験的には、20年前には日本で入手できたが、現在では製造していない様である。ある種の増幅器の製作をメーカーに依頼したところ、安定したコンデンサーが入手不能だからという理由で断られた事がある。絶縁物として、空気や真空を利用した物もあるが、このときでも熱膨張という事もあるので、安心出来ない。特に、民生用のものは信頼性が一般的傾向として不足する。通信(工業)用と呼ばれている物の方が信頼性は高い。

少し物理的な話をしておこう。

1) 薄い円板の静電容量に関する話題。円板の半径を a 、電位を V_0 とすると、この円板の中心を原点とし、円盤に垂直に z 軸を定義した円筒座標系では、ポテンシャル $V(r, z)$ は次式で与えられる。

$$V(r, z) = \frac{Q}{a} \int_0^\infty \exp(-tz) J_0(tr) \frac{\sin at}{t} dt$$

ここで、 $V_0 = Q\pi/2a$ である。ここで、 $J_0(z)$ は、0次のベッセル関数である。積分さえ計算できるならば、いくらでも良い精度で静電容量を計算出来る。ベッセル関数の計算は、引数が小さければ級数展開、大きければ母関数と漸化式を利用すれば簡単に計算出来るだろう。簡単なポテンシャル分布を、半径1の円板に対して、図示する。図中で x と書いたのが、上の式では r と書かれている。注意：この静電容量の記述は、MKSA 系ではない。

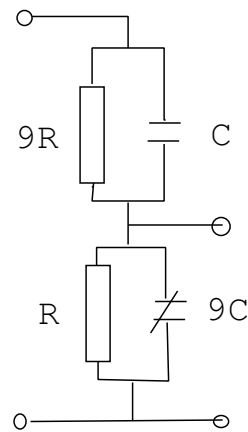


2) 平行平板コンデンサーの端縁部の電位分布。
2次元の問題に限定すると、簡単な複素関数の問題になる。

$$z = \frac{a}{2\pi}(2\psi + 1 - \exp 2\psi)$$

の実部と虚部が一定と言うグラフを描くのが簡単だろう。電・磁極端縁部形状を Rogowski curve に加工する場合がある。この式で表される電場やポテンシャル分布を計算してみればその理由が理解できるだろう。このアイデアを少し拡張すると、バリコンの端縁部の電位分布も計算出来る。Morse と Feshbach の Methods of Theoretical Physics pp.1245 に詳しく記載されている。

可変容量を必要とする場合がある。平行平板コンデンサーの静電容量は電極間距離に反比例し、電極面積に比例する。このどちらかを変えると容量が変化する。電極の対向面積を変えて容量を変化させる形式の可変容量をバリコン (VARIable CONdensor) と呼んでいる。大きなものでは、シンクロサイクロトロン of 共振回路に取り付けられたもので、真空の外から、大きなモータで回転軸を回していた。このときの、静電容量の大きさは聞き漏らしたが、騒音の意味で非常にうるさい(音の大きな)バリコンであった。小さな可変コンデンサーは、調節ドライバーを使用するという条件が付くので、あまり小さなものは使いにくい。微妙な回路では、手を近付けるだけで影響を受ける。軸の部分を通り長い絶縁棒で作ったドライバーを調節ドライバーと呼ぶ。実用的には、オシロスコープの1/10のプロープに使用されているコンデンサーが小さいほうであろう。オシロスコープの1/10プロープの減衰回路部は図の様な構成になっていて、迷容量Cで定まる時定数を、9Cと書いた容量を調整して、図の上下段での時定数を合わせる。この種のプロープを使用する場合には必ず事前に調節する習慣をつけよう。



オシロスコープに用
いられる、1 / 10
プローブの回路

見掛け上の電極間距離を変更して静電容量を調節する可変コンデンサーもある。例えば、半導体ダイオードに、逆バイアスをかけると実質的な空乏層ができる。空乏層は誘電体として働く。この空乏層の厚さはかけた電圧の平方根に近似的に比例する。この半導体に DC 電圧に AC 電圧を重ねてかけておくと、周波数変調や AFC (Automatic Frequency Control) に使用出来る。varicap と呼ばれる場合もある。parametric 増幅や、phase sensitive mechanism 等の利用範囲は非常に広い。半導体検出器と呼ばれる、放射線検出器ではこの可変容量コンデンサーと同じ現象が起こっている。

可変容量は、実際には迷容量が付随するために、可変範囲はあまり大きくない。

可変抵抗や可変コンデンサーの回転軸を手で回す時には問題にならないが、モーターで駆動するときには、回転軸の軸合わせに注意しないと、抵抗やコンデンサーを壊してしまう。小さな伝達トルクに対しては、ベロー継ぎ手が便利である。大きな発電機をモーターで回す時には、据え付ける前に、軸合わせも考えておく必要がある。

回転角を読み取る必要があるときには、ロータリーエンコーダが使える。但し、可変コンデンサーの位置読み取りに使用するには、高価なうえ、繁雑すぎるだろう。多分説明する機会が他に無いだろうからロータリーエンコーダに付いて、もう一言付け加えておこう。ロータリーエンコーダは回転角度を読み取る装置で、原点からの角度を読み取れる絶対エンコーダと、相対値のみを読み取る装置に分けられる。簡単に原理を説明すると、透明なガラス円盤の中央から放射状に複数の線を描き、円周上に、光源と光センサーを置いて、放射状の線が通過するたびに、パルスを出力する。精度の良いものでは1回転に対して100万分の1以上の角度分解能を有する。簡単そうだが、右周りと左周りを区別できなければいけないので、最低2個のパルス、通常 A、B と呼んでいるが、を用いて時間的な前後関係を回転方向に変換している。光源とセンサーの組を10対用意すると、1024通りの状態を区別出来るので、絶対エンコーダを作り得る。想像が付くと思うが、絶対エンコーダは静止した状態で現在位置を出力するが、相対エンコーダの多くは位置が変化したときにのみ、変化したという情報を外部に出力している。高精度のものは、中心の位置きめにも高精度を要求する。

[4-4] インダクター

電流を流すと、その近くには磁場が作られる。磁束密度を B とすると、 $B^2/2\mu$ の大きさのエネルギー密度で空間にエネルギーが蓄えられる。当然、このエネルギーは電流を発生させている電源から供給せねばならない。逆に言うと、電源の出力が小さいと、導線の抵抗が無視出来たとしても、急に大きな電流を流す事は出来ない。電流を止める場合には、磁場に蓄えられたエネルギーを何とかして消費又は回収しなければならない。空間に蓄えられた、磁氣的エネルギー W_m は導線に流す電流 I の 2 乗に比例する。この関係を次の様に書き、自己インダクタンス L を定義する。

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2$$

導線に直流電流が流れている状態を考える。この導体中では電流は一樣だと仮定しても良いだろう。先に述べたように、導体表面の仕事関数や案内電荷の存在により電流は導体の外へは流出しない。有限の太さの例として円柱を考えると、円柱の内部では半径に比例して磁場は強くなり、外部では中心軸からの距離に反比例して弱くなる。即ち、導体表面の磁場が一番強い。導体内部に作られた磁場は外部からは利用出来ない。この導体内部の磁場に起因するインダクタンスは内部インダクタンスと呼ばれ、浮遊インピーダンスの原因の一部となっている。この観点からは、コイルの導線は細い方が良いが、細くすると抵抗が増えるので妥協点を探すことになる。導体が無限に長い場合には、蓄えられる磁場エネルギーは無有限大である。(無限に長い導体は用意出来ない!)

直流電流が一本の導体流れている時には、電流分布は導体中では一樣と考えて良いだろうが、(周波数の高い) 交流だと電流の時間変化に伴う逆起電力の影響があるので、電流分布は一樣にはならず、内部ほど少しの電流が流れる。この現象を、表皮効果 (skin effect) と呼ぶ。以下の様な論理展開である。先ず、Maxwell の方程式、Ohm の法則 ($\vec{j} = \sigma \vec{E}$)、単純な構成方程式 ($\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$) 及び、周期的な時間依存性 ($\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$) を仮定する。このとき、電場 \vec{E} は以下の方程式を満足する。

$$(\nabla^2 + \omega^2\epsilon\mu + i\omega\mu\sigma)\vec{E} = 0$$

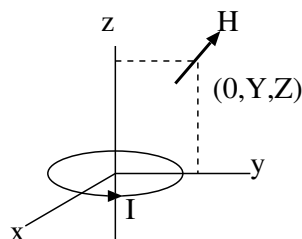
円筒座標系でのこの方程式の単純な解として、電場は z 軸方向を向いていて、 z と角度変数に依存せず、 r だけの関数だとし、更に電気伝導度 σ が非常に大きいと仮定して左辺第 2 項を落してしまう。最後の近似は変位電流はまだ考えなくても良い程度に周波数は低いという近似である。1 MHz の信号と銅という組み合わせに対しては、左辺第 2 項はほぼ $4 \times 10^{-4}m^{-2}$ であり、第 3 項は $4 \times 10^8m^{-2}$ と概算される。この近似の成り立つ範囲では、解は $J_0(\sqrt{i\omega\mu\sigma}r)$ に比例する。またしても、0 次のベッセル関数が登場した。実変数のベッセル関数ならばおよそ \sin や \cos の様に振舞う。しかし今度は引数中に \sqrt{i} があるから、複素数であり、 r の変化に対して指数関数的に振舞う。導体の表面の電場の強さ (Ohm の法則を仮定しているから、電場の強さは電流の強さと置き換えても良い) が $1/e$ になる深さを表皮厚さ (skin depth) と呼び、 δ で表す。 $\delta = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$ 。ここでは、円柱導

体を仮定して表皮効果を説明したが、電磁波が導体で反射される様子を考えても同じ結果が導かれる。左辺第3項が Maxwell の方程式のどこから登場したかを考えると、電磁誘導が原因であることが理解されるだろう。自分で上の式を導いてみると分かるだろう。

今の場合、円筒導体中で半径を固定して z 方向に電場を線積分して電位差の半径依存性を調べてみよ。これから、電位差や電圧という概念は、(高周波に対して) 使用できない事が分かるだろう。電磁気の教科書に $\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$ と書いてあった事を思い出そう。ベクトルポテンシャル (\vec{A}) の時間変化に起因する電場も今の場合無視出来ない事が理解されるだろう。

問 10 MHz の交流に対して、銅を導体としたときの skin depth を概算せよ。

磁場のエネルギー密度は B の2乗に比例しているから、強い磁場を作るほうが磁場利用(大きなインダクタンス)という観点からは有利である。そこで、コイル状に導体を巻く。これを空芯コイルと呼ぶ。細い導線で出来た一重コイルのつくる定常磁場分布は完全楕円積分を用いて計算することが出来るので、精密な磁場分布が必要な場合に、空芯コイルが使われる。一巻きの空芯コイルの作る磁場分布の計算結果を以下に示す。半径を a 、コイルを原点を中心とする xy 面内に置き、一定電流 I を流したとき、点 $(0, Y, Z)$ の磁場は y, z 成分のみが存在し、以下の様に表される。



z 軸のまわりに回転対称であるから、 $x=0$ においても一般性を失わない。

$$H_y(0, Y, Z) = \frac{IZ}{2\pi Y \sqrt{(a+Y)^2 + Z^2}} \left\{ \frac{a^2 + Y^2 + Z^2}{(a-Y)^2 + Z^2} E(k) - K(k) \right\}$$

$$H_z(0, Y, Z) = \frac{I}{2\pi \sqrt{(a+Y)^2 + Z^2}} \left\{ \frac{a^2 - Y^2 - Z^2}{(a-Y)^2 + Z^2} E(k) + K(k) \right\}$$

ここで、 $K(k)$ と $E(k)$ は母数 $k^2 = \frac{4aY}{(a+Y)^2 + Z^2}$ とする、第1、2種の完全楕円積分であり、次式で定義される。

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}}$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} d\phi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}$$

これらの積分値を計算するには、ガウスの相加相乗平均法や Landen の変換を利用するとよい。空芯コイルのインダクタンスに関しては、長岡の公式がある。長岡半太郎も上の完全楕円積分を精力的に計算したのだろう。Helmholtz コイルは手軽に磁場の絶対値を与えるのに利用される。

大きな空芯コイルを作る場合には、これを収容する建物にも磁気を運びそうな素材は使えない場合がある。北欧で作られた空芯のベータ線スペクトロメータでは、数百メートル先の加速器の磁場が、影響を与えたという事である。円電流のつくる磁場は、遠方では円電流の電流の強さと面積の積で定まる磁気双極子能率と同じ磁場分布をしている。従って、磁場のエネルギー密度の体積分は収束する。

空芯コイルでは大きなインダクタンスが作れない場合には、コイルの内部に磁性体を置く。このような使い方の方が、現実的には多いだろう。磁性体は、非常に種類が多くとても覚えられない。必要な時に参考書やカタログ及びメーカーからの技術提供を受けるのが良いだろう。内部に置く磁性体として、硅素鋼板を積層したものが使用される例が多い。硅素鋼板の内部での結晶の方向を揃えたものもある。交流電流に対して素材を大きなまま使用するときには、素材内部で渦電流が発生しているという事を肝に銘じておこう。交流機器では、渦電流とヒステシスの発生が大きなエネルギーロスの発生源である。磁性材料の粉末を固めたものを磁芯に使用する場合も多い。この場合には、渦電流によるエネルギーロスは少ない。狭義の電子回路では、この場合が大勢を占めているだろう。このようなインダクタンスを使用する場合には磁芯材料の発熱はほとんど問題にならないが、かわりに周波数特性が大きな問題となる。

可変インダクタンスを実現したい場合がある。磁芯を使用している場合には、磁芯とコイルの相対的な位置を動かせば、インダクタンスが変化することは、明らかだろう。このような可変インダクタンスは、共振回路の調節用として使用することが出来る。時間的に変動するインダクタンスを実現するには、以下の事実に着目する。磁束密度 $B=100$ の状態から、 $B=101$ の状態を実現するために必要なエネルギーは $B=0$ の状態から、 $B=1$ の状態を実現するために必要なエネルギーの約 200 倍 ($101^2 - 100^2$) 必要である。 B の増分 $\delta B = 1$ は両者で共通であるのに、エネルギーの増分はかなり異なる。インダクタンスが大きいという事は、ある部分に流れている電流を更に増やそうと努力してもなかなか電流が増えてくれない状態だと考えると理解しやすい。上の事実に着目すると、可変インダクタンスとしたい部分に磁場をかければよいと発想出来るだろう。必要に応じてこの磁場を調節すれば、可変インダクタンスが実現出来る。外部から、インダクタンスを変えるために、かける磁場にも磁性体の効果を取り入れて考えると可変範囲を広げられる。即ち、磁芯にコイルを二つ巻いて、一方をインダクタンス制御用、もう一方を目的とする可変インダクタンス使用回路に繋がれば良い。これでは、構造として変圧器 (いわゆるトランス) そのものである。エネルギーを節約するという観点からは、このような部品を使用する回路は設計を見直した方が賢明かもしれない。このような可変インダクタンスを用いて、周波数の可変範囲が 10 倍以上の発振器を作ったと自慢していた友人もいる。材料開発者の方を褒めるのが正しいと思う。

[4-5] トランスについて。

交流での給・配電の出入り口には多くの場合トランスが使用される。送電中の、電力損失を押える為である。

逆起電力の話をしたが、磁場が時間的に変化するとき、この変化率を小さくする様に電場が発生する。ファラデーにより発見された不思議な現象である。これにより、電気現象と磁気現象が統一的に理解される方向に学問が発達したと言えるであろう。この現象を積極的に利用した装置がトランスやベータトロンである。発電機の原理でもあり、誘導性結合と呼ぶと、発振器の設計や回路のノイズの原因としても登場する。

トランスは交流電圧を上げたり下げたりするのに使用される。負荷電流をとると、内部抵抗や負荷効率等に由来する電圧降下が発生するので、設計時には、出力電圧は入力電圧との単純な計算よりは高めに選ばないと困った事になる場合がある。出力側に、平滑コンデンサーや整流機構を置く場合が多いであろうが、直列に例えば series transistor の様な部品を組み込む時には、この事情はちゃんと考慮すべきである。当然、交流ではピーク電圧も考慮しておかねばいけない。

磁気回路の設計にも依存するが、トランスはノイズ源になりやすいので、繊細な回路からは遠い場所に置こう。

トランスの透過周波数についても注意しているとよい。使用している磁性体にも依存するが、故意に商用交流よりも高い周波数の交流を1次側から2次側へ伝え難くする事も考えられる。1次と2次の巻き線間の静電的な(容量性の)結合を、中間にアース板を挿入して、低く押える事も考えて良い事である。漏洩磁場により発生する起電力は磁性体に直接導体を巻いて、この導体に発生する渦電流で吸収しようとするアイデアも製品中には取り入れたものがある。ノイズカットトランスと呼ばれるトランスを調べてみると良いだろう。最後のアイデアを磁性体を用いて実現したものは、フェライトビーズの類として市販されている。使い易い形に加工されたものも多々ある。

出力電圧を可変とするトランスもある。1次又は2次巻き線の途中に入力や出力端子を設ける。結線位置をかえて、不連続的に使用するものもあり、入力電圧を100ボルトと200ボルトの両用機器にも使用されているだろう。

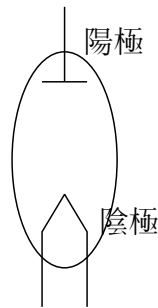
摺動子を用いて連続的に出力電圧を変えられるものはスライダックやバリアックと呼ばれている。モータで出力電圧を制御するときは、ある程度の時定数を持たせておくほうが良い。

[4-6] 整流素子

電流担体が電子であり、陽子や原子核でないという非対称性を利用すると、一方向きには電流が流れるが、逆方向には電流を流さない様な機能を整流と呼び、この機能を提供する部品を整流素子と呼ぶ。+ / - イオンの易動度が異ると、原理的に整流作用を持たせる事が出来る。主に '水和' によりイオンの有効質量が周囲の雰囲気により変化する事で、整流作用を発現させる事が出来る。ガス放電でも、このような事情は存在する。

しかし、この現象を利用した整流作用は効率が悪いので工業的には利用されていない。

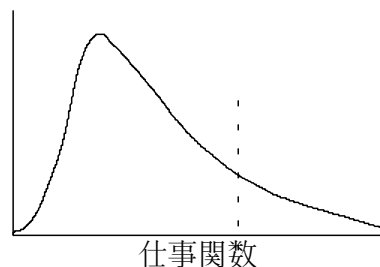
主に電子管や半導体素子を使用される。



電子管:左図の様な構成になっている。

上の方の金属部分が陽極であり、下の方に陰極がある。全体はガラスや金属ケースに入れられ、内部は真空中に保たれる。陰極は電流を流し、赤熱する。陰極内の電子は、熱運動に依り陰極材料の仕事関数の壁を越えて、外へ出る確率が有意となる。この現象を熱電子放出と呼ぶ。

電子のエネルギー分布



電子のエネルギー分布。破線で示されているのは仕事関数の値。

図の様に陰極内部での電子の運動エネルギー分布がボルツマン分布をしているとすると、図の仕事関数の右側の部分が、熱電子として放出される。仕事関数の値は大体、1 eV 以上あり、1 eV は温度に換算すると12、000度程度だから、ボルツマン分布のピーク位置が仕事関数よりも右に来ることは考え難い。温度をあげれば、分布のピークは右にずれるが、陰極材料の寿命を短くする。

熱電子は、陽極に+の電圧がかかっていると電流として流れるが、陽極が(陰極に対して)負の電位にあると電流は流れない。従って、整流作用が実現出来る。整流作用の電流強度は、1) 熱電子の放出数と、2) 陽極から熱電子に作用する引力、即ち陰陽極間電位差に依存する。1) に付いては、上に述べた仕事関数から右の部分を実積分すれば、推定できる。2) は、電圧を上げれば電流が増加する。陽極から、陰極に至る電気力線の本数は電位差に比例し、この電気力線に比例した数の熱電子が陰極から陽極に流れる。又、熱電子の速度は、電位差の平方根に比例しているので、全体としての電流強度は、電位差の3/2乗に比例する。

熱現象を利用しているので、性能が安定するまでに少し時間がかかる。精密測定に対し

ては、30分程度の安定化時間をとるのが良いとされる。

この整流管の変形として、ガスを封入した物(定電圧放電管)や、陰極と陽極の間に複数の電極を挿入し、電流を外部電位で制御する物(3-5極管)、電子軌道に対するレンズ機構を組み込み、陽極のかわりに蛍光板を置いたもの(Cathode Ray tube, CRT)も工夫されていて、過去には電子工学の中心的な存在であった。

半導体関連の話題提供となる。

原子単独では、電子の波動性に基ずいた離散的な励起状態が存在し、パウリ原理に従って、下から順番に異なる量子状態に一つずつの電子が席を占めていく。周囲に存在する原子その他の環境と相互作用することに依り、温度エネルギー程度の束縛エネルギーを有する状態の占有確率は1からずれる。絶対温度が300度をエネルギーに換算すると、約1/40 eVであること及び、常識的な物質の仕事関数や第1イオン化ポテンシャルが1~10 eVであることを思い出すと、非常にくっきりとした分布が実現している。

複数の原子が束縛状態を作り、分子や元素の集合としての物質(例えばNa原子が 10^{10} 集まった集合を何と呼ばれば良いのだろうか?)では、電子の離散的な束縛エネルギーに幅が出来る。電子の束縛状態波動関数の広がり、原子の近くに限定されている場合もあるし、かなり多くの原子にまで及んでいる場合もある。非常に限定的な領域だけに、電子波動関数が存在するとこのエネルギー幅は狭く、一般的には絶縁体となる。束縛電子の波動関数が広い範囲に広がっていると、一般的にはエネルギー幅が相対的にひろくなる。この幅を持ったエネルギー準位の内、全ての状態が電子に占められているのが充満帯であり、一部だけが占められているエネルギー準位は伝導帯と呼ばれる。この伝導帯の収容能力の一部だけを電子が占めているならば、電気伝導度が大きい。別の言葉で言うと、伝導帯に幅があると言ったが、これは沢山の励起準位がぎっしり詰まった状態であり、この準位間隔が外部電場により電子に与えるエネルギーよりも大きければ、より広がった励起状態に励起される。このような状態が、良導体で実現されているのだろう。

特別な場合として、最後の充満帯のすぐ上の伝導帯には、理想的には、一つも電子が存在しないという場合もあるだろう。このような状態(で近似できる状態を)真性半導体と呼ぶ。最後の充満帯と伝導帯のエネルギー間隔をエネルギーギャップと呼ぶ。真性半導体では、エネルギーギャップを飛び越えて電子を励起出来なければ電気伝導性を示さない。これは、主に環境との熱的な相互作用により破られる。可視光線や紫外線その他の放射線の吸収に依っても、電気伝導性を与える事が出来る。

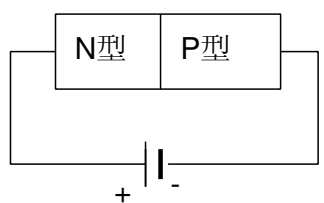
結晶に欠陥があると、その付近で電子の束縛状態も影響を受けるので、充満帯と伝導帯の中間部分(禁制帯)に励起状態が実現される可能性がある。真性半導体物質に不純物を入れても、束縛状態は影響を受ける。積極的に、禁制帯に束縛状態を作る様な不純物混入が工業的には行われている。真性半導体はSiやGeで近似的に実現されるが、これに3属や5属の元素を混ぜ込んで結晶成長させる。例えば、4属のSiに5属の燐(P)を混ぜ込んだとすると(原子番号が非常に近いので拒絶反応が少ないだろうと考えられる)電子

が一つ余分にあまる。この電子は、他の電子により静電遮蔽されて見掛け上原子番号が 1 となった隣原子核に束縛されるわけだが、遮蔽により非常に大きくなった原子核に束縛されるので、波動関数もかなり広がる (即ち、束縛エネルギーが非常に小さい)。電子の波動関数が広がると、クーロン相互作用に登場する誘電率が真空の誘電率でなく硅素の誘電率 (相対誘電率は 12 である) を使用する必要があり、約一桁束縛エネルギーが小さくなる。この電子は周囲の電子と相互作用するので、(有効質量近似をもちいる) 束縛エネルギーは更に小さくなり、バンドギャップが 1.12 eV であるのに対し、0.06 ~ 0.08 eV となる。このような訳で、最後の電子は伝導帯のすぐ下に位置したエネルギー準位を占める。このエネルギー準位を電子を伝導帯に供給しやすい準位という意味で ドナー準位 (donner level) と呼ぶ。ドナー準位から伝導帯に励起された電子は、電気伝導度に寄与する。主に電子が電気伝導度に寄与する半導体を n 型半導体と呼ぶ。上のモデルでは、ドナー原子の周りに束縛されている、電子の軌道半径は格子定数の 10 倍程度と計算できる。この半径内の更にドナー原子が無ければ、ドナー準位を渡り歩く様な電流は無視できるだろう。

3 属の元素が不純物として混ぜ込まれた結晶では、逆に電子が一つ不足した状態が実現されアクセプター準位 (accepter level) と呼ばれる。この状態の束縛エネルギー準位は、充満帯のすぐ上に出来、充満帯からの電子を受け入れ易い。充満帯からアクセプター準位に電子が励起されると、充満帯に電子の穴があく。この電子の不足した状態は見掛け上正に帯電した電子の様に物質内で振舞い、正孔と呼ばれている。この正孔も電気伝導に寄与し、主に正孔が電気伝導の原因である半導体を p 型半導体と呼ぶ。

実際の半導体では、たとえ n 型と言われていても、p 成分を持たないという訳ではない。p や n 型と言うとき、大文字の P や N も使用され、どちらかが優勢という感じは受けない。

半導体整流素子 : P 型と N 型の半導体を原子レベルでくっつける。この操作は、p-n 接合 (p-n junction) を実現すると呼ばれる。これらの物質も、原子核が存在するから電氣的には中性である。余剰電子や正孔は、外部から印加される電場に容易に反応して動く。



p-n 接合を用いた整流素子の
概念図

図の様に配線すると、N 型領域の電子と P 型領域の正孔はそれぞれ、+ 及び- の電極側に引き寄せられて、中間の接合部には電荷の担体が存在しない部分が生ずる。即ち、電流が流れない。一方、図に於いて、電池の極性を逆にすると、N 型領域の電子は、接合域を越えて P 型領域へ侵入する。N 型領域には電池から不足分の電子が供給されるので電

流は流れ続ける。これで、整流機能が実現されたことになる。

順電流（流れやすい方向に流れる電流）の強度は、N(P) 型領域の担体電子（正孔）の数密度に比例する。高純度の基板材料に融かし込む、物性制御用不純物の濃度が重要な性能規定因子となる。この不純物が電導帯に供給する担体の数密度は、不純物が基板物質中につくる不純物準位が充満帯と伝導帯のどこに位置するかにも関係する。

現在、半導体は整流作用を応用した使われ方が最も多いと思う。次の様な用途もある。非常に高感度の増幅器は、取扱に最高の注意が必要である。人間がやることであるから、時として入力すべきでない過大信号を入力に加えるかもしれない。過大入力に対して、増幅器の初段部分を保護するために、リーク電流が非常に小さなダイオードを並列に入れる場合がある。

逆電圧を掛けて、接合部付近を見掛け上真性半導体の様にした使い方もできる。一つはコンデンサーとしての用法であり、もう一つは放射線検出器としての使用法である。放射線検出器としては、荷電粒子検出用と線検出用の2種類がある。荷電粒子検出用では、面積が 1 cm^2 、厚さが 0.5 mm 程度の物は市販されている。線検出用には、Ge を使用する場合が多く、体積が数百 cc という検出器も珍しくない。

逆電圧をかけると、単純なイメージでは、電流は流れないがバンドギャップを乗り越えるだけの電圧を半導体の内部にかける事が出来るならば、電流が流れ得る。ツェナー (Zener) ダイオードと呼ばれる動作である。現象的には、ある種の逆電圧をかけると、通常のダイオードの逆電流に比較して非常に大きな電流が流れる。この通電時電圧はかなりの程度に一定であるので、定電圧ダイオードという名前も使用される。

電導帯に電子があり、充満帯に正孔があるとする。もしも、これらの波動関数の空間的な重なりが大きければ、電子はエネルギーギャップを飛び越えて、下の準位の正孔を埋めるだろう。この時に、余分なエネルギーを光子として放出する。このエネルギーが約 1.5 eV よりも大きく 3 eV よりも小さければ、可視光となる。このような動作をするダイオードは、発光ダイオード (Light Emitting Diode) として知られている。この発光機構は直接発光であるから、温度が上がらない低温での光源という意味もあるだろう。逆に考えると、光をあてると電気伝導度が変化する素子 (photo-transistor) も作り得る。このフォトトランジスタと LED を組み合わせて、遮光センサー (photo-coupler) に利用できる。

[5] 単純な受動回路

抵抗・コンデンサ・コイルといった部品で構成される受動的な回路には、減衰器、微分回路、積分回路、及びこれらを組み合わせたフィルター類が考えられる。

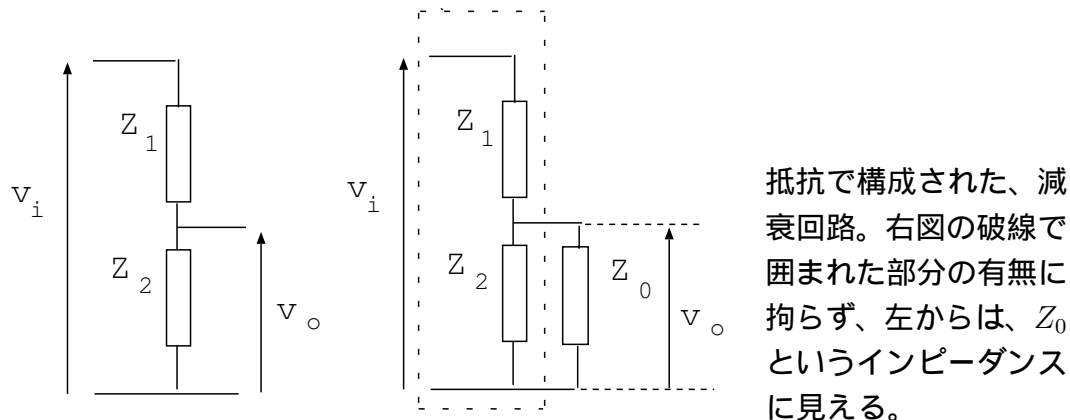
[5-1] 減衰器

一番簡単なのは図の様な抵抗分割のものであろう。信号が左から入り、右から出て行く。信号源の出力インピーダンスを 0、信号を取り出す側の入力インピーダンスを無限大と近

似すると、

$$v_o = \frac{z_2}{z_1 + z_2} v_i$$

により、入出力信号の振幅は関係付けられる。

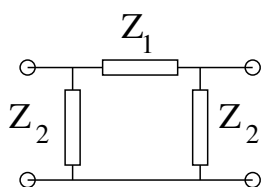


出力を利用する回路 (例えば測定器) の入力インピーダンスが無限大でなく、 Z_0 ならば、減衰器はどう変形すれば良いかを考えよう。信号を送り出す側から見ると、減衰器の有無に拘らずに、信号源から見たインピーダンスはいつも Z_0 であるべきだという条件を付けよう。上の図で、 V_o の部分を Z_o で置き換える。この条件を満足するには、 $Z_1 = \frac{Z_0^2}{Z_0 + Z_2}$ とすればよい。このとき、減衰比は $Z_2 / (Z_0 + Z_2)$ となる。図の四角の破線で囲まれた部分は、有っても無くても信号源から見たインピーダンスからは変わらない。複数個繋ぎあわせても、やはり信号源から見たインピーダンスは変わらずに、減衰比だけが小さくなる。

この図の繋ぎ方では、減衰器の入力と出力を間違えてはいけない。

Z_1 の左右に Z_2 に対応する抵抗を対称に配置すると、出入り口が対称な減衰器を設計できる。

問 図の様に 3 個の抵抗を対称に Π 型にならべた回路をパイ型減衰器と呼ぶ。インピーダンスが Z_0 、減衰比が $1/n$ となるように、 Z_1, Z_2 が満足すべき条件を書き下せ。



型減衰回路。負荷側には、 Z_0 のインピーダンスがつながる事を仮定している。

[5 - 2] 抵抗と熱雑音

導体は、主に金属結合で金属原子が結合した状態である事は先に述べた。伝導電子の波動関数は特定の原子に局在するのではなく、広い範囲の原子を覆っている。絶対温度 T の温度では、この電子の運動エネルギーは ボルツマン 定数を k とすると kT 程度の運動エネルギーで運動している。室温を $T = 300$ 度とし、ポテンシャルを無視すると、この速

度は秒速約 100 km である。抵抗中も、伝導電子がこの程度の速度で、しょっちゅう障害物にぶつかりながら、飛び交っている。電圧が外部からかけられていないと、電子群全体としての平均速度は 0 である。先の、導体中の電流としての電子の速度を思い出して比較してみると良い！いくら多数の電子が有るとはいえ、こんなに恐ろしい速度で飛び交っている電子の平均速度が 0 というのは、少しおかしいと思うだろう。非常に短い時間での平均値を測定することが出来たとすると、平均値は 0 の周りに揺らいでいると考えるのが常識というものだろう。この熱雑音については Johnson が実験し、Nyquist が説明を与えている。Nyquist の論文は簡明であるから、興味があるならば読んでみるとよい。抵抗 R 、絶対温度 T 、周波数帯域 df 、熱起電力の 2 乗を v^2 とすると、

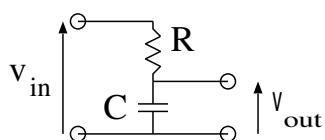
$$v^2 df = 4kTRdf$$

という関係がある。以下の観察をした事がある。2 台の性能が等しい高感度低雑音の増幅器の入力に一つの抵抗の両端を繋ぐ。両増幅器の個別の出力と和の出力ををオシロスコープで観察すると、和は個別の雑音信号よりも有意に小さかった。非常に雑音レベルを下げたければ、信号源と初段の増幅器を冷却せねばならない。

もうひとつ、ついに関連した雑音の話。電子が気ままに導体中を走り回っているとしよう。電子が導体の一部に集まると、その部分の電位が下がり、次に来る電子の邪魔をするので、あるところでバランスしている。ところで、電子回路には静電容量がつきまとう。大きな静電容量があると、いくら電子が入り込んでも、電位が下がらないので、次に来る電子の邪魔をしない。即ち、静電容量があると電子運動の振幅ゆらぎが大きくなる。高感度増幅器の入口に付きまとう (迷) 静電容量は極力減らす必要がある。

[5-3] コンデンサーを使用した回路

この世の中に純粋なコンデンサーは無いので、図の様に直列に抵抗が入った回路を考える事になる。



この回路に、次の信号 v_{in} を入力した時の出力 v_{out} を調べよう。

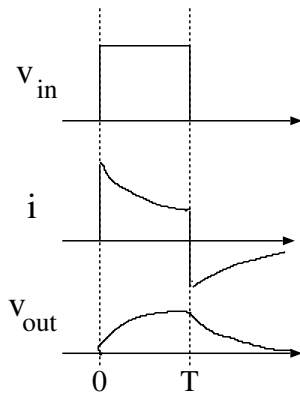
$$v_{in}(t) = \begin{cases} V & : 0 < t < T \\ 0 & : otherwise \end{cases}$$

抵抗 R に流れ込む電流を $i(t)$ とすると、以下の関係式が成立する。

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0, \quad i(t) = I \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

積分定数は $t=0$ の時には、全電圧 V が抵抗 R にかかるから、 $i(0)=V/R$ である。 $0 < t < T$ の期間には $v_{out}(t) = v_{in}(t) - i(t)R = V(1 - \exp(-\frac{t}{RC}))$ と計算出来る。この回路は、入力電圧を積分したかに見える出力を出すという意味で、積分回路と呼ばれる事もある。又、積 $RC(\equiv \tau)$ は時間の次元を持ち、時定数と呼ばれている。上の回路図で抵抗の両端から信号を取り出す場合の配線を微分回路と呼ぶ。

一方、 $t=T$ で入力短絡されたときには、コンデンサに蓄えられた電荷に起因する電圧 $v = V(1 - \exp(-\frac{T}{RC}))$ が全て抵抗 R にかかったと考えれば良いから、 $t > T$ に対しては、 $t'=t-T$ とすると、 $i(t') = (i(T) - \frac{V}{R}) \exp(-\frac{t'}{RC})$ 。電流の向きは逆向きになっている。



計算結果を図示すると上の図のようになる。時刻 $t=T$ で、電流が V/R だけ飛躍している。この飛躍は、 v_{in} が $t = T$ で微分不可能であるためである。抵抗 R の両端に表れる電位差は $i(t)$ に比例しているから、 $t=T$ を境として符号を変える。即ち、微分回路にパルス信号が入力されると必ず undershoot をひく。undershoot があると、パルス信号の入力頻度が多い時には、次段の回路の基準電圧がずれてしまい、設計性能が出せなくなる。この現象を DC level の offset と呼ぶ。又、次の入力信号の波高が undershoot 分だけ低く見られる事になり、波高観測上も大きな問題となりうる。条件が良い場合には旨い undershoot 対策がある。すぐ後で紹介する。

入力信号が階段関数ではなく、指数関数的に小さくなる場合を次に考えておこう。 $v_{in}(t) = v \exp(-t/\tau)$ とすると、微分方程式は以下の様に変更される。

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = -\frac{v}{R\tau} \exp(-t/\tau)$$

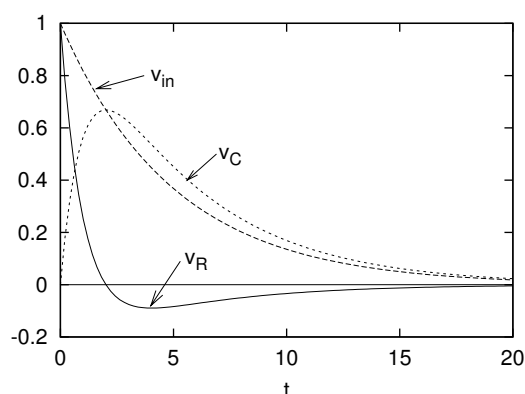
この解を $i(t) = I(t) \exp(-t/RC)$ と仮定して $I(t)$ に関する方程式を作ると、

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\frac{v}{R\tau} \exp(1/RC - 1/\tau)t$$

$t = 0$ で $i(t=0) = v/R$ となるように、初期条件を決めると、

$$i(t) = \frac{v}{R} \left\{ \frac{\tau}{\tau - RC} \exp(-t/RC) - \frac{RC}{\tau - RC} \exp(-t/\tau) \right\}$$

ときまる。抵抗 R の両端の電位差は、 $v_R(t) = Ri(t)$ であり、コンデンサ C の両端の電位差 v_C は $\int i(t) dt/C$ で計算しても良いが、 $v_C = v_{in}(t) - Ri(t)$ という関係を用いて計算する方が簡単だろう。 $\tau=5$, $RC=1$ の場合の電位の時間変化を図示すると次のようになる。

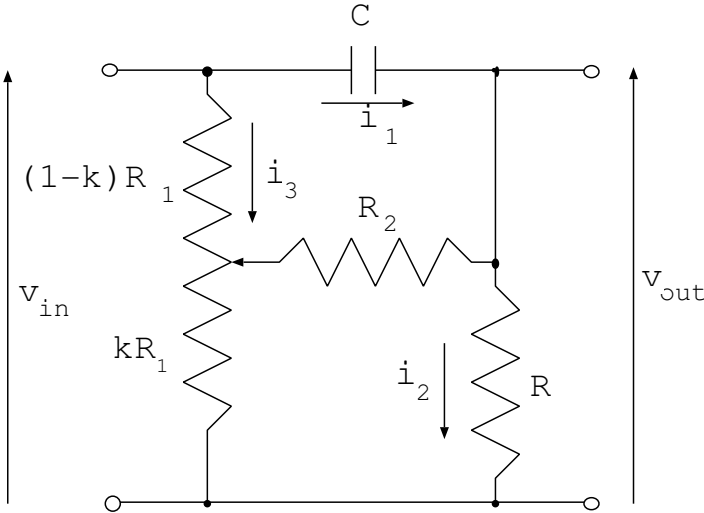


実用的な場合として、 $\tau \gg RC$ とする場合がある。即ち、信号源から出て来る信号の時定数 (τ) は非常に大きい、この時定数を短くする目的で、信号を時定数 (RC) の微分回路で微分する。微分回路からの出力は v_R の方を見ればよい。この信号は、時間的に先の方は確かに早い RC という時定数で落ちているが、負の側に信号が残り、その時定数は τ である。

次に、先に記述した (ポール・ゼロキャンセルと呼ばれる) undershoot 対策の工夫について述べよう。次の図の R と C だけ (従って、 R_1, R_2 は全て無限大) で構成される微分回路に、非常に立ち上がりが早く、減衰が非常にゆっくりした信号を入力する。この入力信号 $v_{in}(t)$ を以下の様に近似しよう。

$$v_{in}(t) = v \exp(-t/\tau) \quad t \geq 0$$

微分回路の時定数 RC は信号の減衰時間 (fall time) よりも充分短いとする。この時出力電圧は、既に上で与えた。第1項だけならば早く0に戻るが、第2項があるために、出力は undershoot を打ち、なかなか0ボルトに戻らない。基本的なアイデアは、入力信号は (undershoot 信号とは逆符号の) 正であり、undershoot 信号と同じ時定数を持つ事に着目する。入力信号の一部を直接出力信号に加える事が出来ると、うまくすると、出力信号の長い時定数部分をかなり短く出来る。



図のように、微分回路の左側に k と $(1-k)$ の比に分割した可変抵抗 R_1 と、横に渡した固定抵抗 R_2 が追加された。コンデンサー C に流れる電流を i_1 、抵抗 R に流れる電流を i_2 、可変抵抗の上半分 $(1-k)R_1$ に流れる電流を i_3 とすると、以下の3個の独立な関係式が書き下せる。

$$\begin{aligned} v_{in} &= (1-k)R_1 i_3 + kR_1(i_1 - i_2 + i_3) \\ kR_1(i_1 - i_2 + i_3) &= R_2(i_2 - i_1) + Ri_2 \\ v_{in} &= \int i_1 dt / C + i_2 R \end{aligned}$$

ここで、 i_3, i_1 を消去して、 i_2 に関する次の式を得る。

$$RCR_3 \frac{di_2}{dt} + (R + R_3)i_2 = \left(-\frac{R_3 C}{\tau} + k\right)v_{in}$$

ここで、 $R_3 = R_2 + k(1-k)R_1$ と置いた。抵抗 R_2 の右側から流れた電流が R_2 の左側にたどり着いて可変抵抗を並列に置かれた二つの抵抗と考えた時の全抵抗が R_3 である。上の方程式の右辺が0となるように、即ち $R_3 C = k\tau$ と選ぶと、抵抗 R に流れる電流 i_2 は入力信号の時定数に依存せず、以下の様に与えられる。

$$i_2(t) = \frac{v}{R} \exp(-t/R_{\parallel}C), \quad R_{\parallel} = \frac{RR_3}{R + R_3}$$

明らかに、 R_{\parallel} は、 R と R_3 が並列に入った時の抵抗である。この式は、コンデンサーを通過して R の上まで来た信号が二又に分かれ、 R_2 を通過した信号が可変抵抗でもう一度二又に分岐するという事を書き表している。うまく k を調節すると、抵抗 R の両端に現れる出力信号 $R i_2$ は入力信号の長い時定数 τ には依存しない。従って、undershoot も無い。積分回路の代表的な利用法は 1) 蓄電効果、2) 平滑化、3) 時間幅の設定等が考えられる。

1) 蓄電効果の利用。定期又は不定期に大きな電力を使用したい時、この装置の近くに積分回路を置く。主にコンデンサーの機能であり、直列抵抗は突入電流を制限して電源回

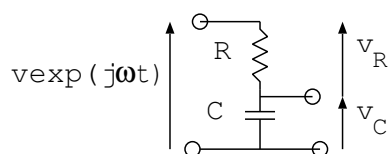
路の負担を減らす為に使用する。不時の出費に備えて、手元にいくらか現金を持っておく様なものである。増幅器の出力トランジスタの近くや、パルス回路での信号のバースト時に電源予備として働かせる。写真機のストロボフラッシュの使用法もこれに近い。

信号のピークを検出する回路にも、この考え方は利用される。ピーク検出や sample and hold と呼ばれる回路である。

2) 直流成分を主とし、これに重畳した小さな交流成分を取り除く場合である。定電圧電源の安定化に使用して ripple と呼ばれる雑音を減らす事が出来る。取り除きたい周波数範囲での周波数特性の優れたコンデンサーであり、かつ、雑音の原因となる洩れ電流の非常に小さなコンデンサーを使用すべきである。整流回路にはつきものである。

3) コンデンサーに少しずつ電流を流し込み、一定の電圧になるまでの時間を次段で利用する。例えば、multi-vibrator, flip-flop 等の繰り返し周波数の設定や出力パルスの時間幅設定に利用する。この様な使用例は制御系の回路には無数に見られる。精度の良い部品を利用すれば、電圧振幅を時間幅に変換出来る。当然、この逆も可能である。この技術のお蔭で、時間幅の測定は現在のところ、簡単で高精度測定が出来る物理量の代表になっている。(水晶振動子が影で支えているが)

次にこの積分回路への入力信号が、 $v \cos \omega t$ と記述される交流の場合を復習しておこう。



三角関数は複素数表示とし、電子回路理論の習慣を尊重して虚数単位を j と書くと、電流に付いての次の微分方程式を解けばよい。

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = j\omega \frac{v}{R} \exp(j\omega t)$$

量子力学を勉強した人達は、右辺の時間依存性を $\exp(-j\omega t)$ としたいところだが、先人の習慣を尊重しよう。この微分方程式は、定数変化法で簡単に解ける。

$$i(t) = i_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} \frac{v}{R} \exp(j\omega t)$$

積分定数 i_0 に比例する右辺第 1 項は時間と共に減衰するから、無視される場合が多い。以後しばらく、 $\omega CR \equiv x$ という略号を使用する。抵抗 R の両端に現れる電圧 v_R は、

$$v_R(t) = i(t)R = i_0 R \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + \frac{jx}{1 + jx} v \exp(j\omega t)$$

従って、コンデンサーの両端の電位差 $v_C(t)$ は、

$$v_C(t) = v \exp(j\omega t) - v_R(t) = -i_0 R \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + \frac{1}{1 + jx} v \exp(j\omega t)$$

右辺の複素数を、絶対値と位相で表すと、

$$\frac{1}{1+jx} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \exp(-j\phi)$$

ここで、 $\phi = \tan^{-1}(x)$ であるので、 $v_C(t)$ は、高周波信号に対して出力信号の振幅が減少し、位相が遅れる。抵抗の両端の電圧信号は、

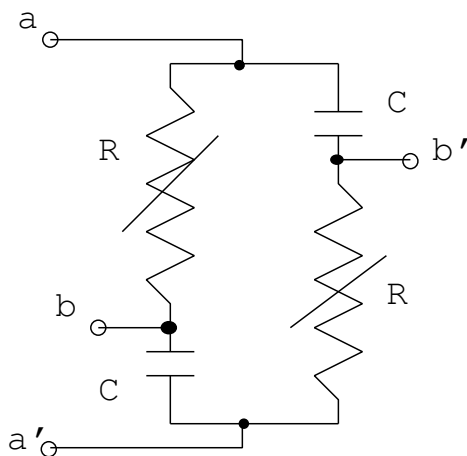
$$\frac{jx}{1+jx} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \exp j(\pi/2 - \phi)$$

と書けるので、高周波信号に対しては、入力とほぼ同じ振幅と位相を持つ。出力信号が入力信号の周波数に依存して大きく変化する周波数領域は $x = 1$ の近傍に限定されている事は、覚えていると良いだろう。

上の結果だけを見ると、コンデンサーのインピーダンスを $j\omega C$ として、普通の抵抗の直列接続だと考えた時と同じ結果になっている。過渡的な信号に付いて議論するのでなければ、無理に微分方程式を解く必要は無かった。逆に言うと、過渡電流が関係して来る時には、 $j\omega C$ というインピーダンスだけで計算してはいけない。

微分回路としての使用は、信号の高い周波数成分だけを通過させる、フィルター (high pass filter) として利用できる事を意味する。一方、積分回路は信号成分の内の遅い成分だけを通過させるフィルター (low pass filter) として使える事を意味する。このふたつのフィルターをうまく並列に組み合わせると、帯域幅を限定したフィルター (band pass filter) を設計できる。

微分回路と積分回路を組み合わせ、移相回路を作る事が出来る。二つの可変抵抗は、この図では独立に動く様にしたが、実は2連の可変抵抗で一つのつまみで連動して動く。

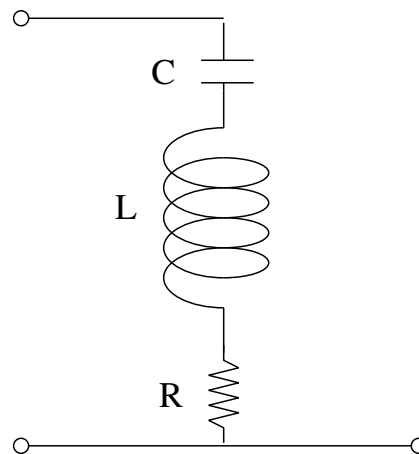


a a' 間には $v \exp(j\omega t)$ で与えられる交流信号を入力する。この時、a' と b 間の電位は積分回路の定常状態解で与えられるから、 $v_b = 1/(1+jx)v \exp(j\omega t)$ 、a'-b' 間は微分回路であるから、 $v_{b'} = jx/(1+jx)v \exp(j\omega t)$ と与えられる。両者の差をとると、 $v_{bb'} = (1-jx)/(1+jx)v \exp(j\omega t) = v \exp\{j(\omega t - \frac{2\phi}{54})\}$ であるから、この電位差の絶対値は可

変抵抗 R の値には依存せず、位相のみが変化する。 x が 0 から無限大 (1 よりも充分大きければ良いだろう) まで変わると位相は 0 から 180 度まで変化する。位相は x の逆正接に比例しているから、B 型の可変抵抗だと (即ち可変軸の回転角に抵抗の値が比例しているときには) 位相の変化がツマミの回転角に比例しない。

[5-4] コイルとコンデンサを繋いだ回路

コイルとコンデンサを直列と並列に接続した回路に、階段関数と一定周波数の交流信号を入力した場合の、応答を簡単に調べておこう。コイルには、インダクタンス以外に直流抵抗がどうしても付随しているので、抵抗も同時に考えておかねばならない。



図の様に直列にコンデンサとコイルと抵抗を繋ぎ、入力側に交流電圧 $v \exp(j\omega t)$ を印加した時の電流を計算してみよう。次の様な微分方程式が成立する。

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = v \exp(j\omega t)$$

一回微分すると、

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = j\omega v \exp(j\omega t)$$

この微分方程式は、次の手順で解ける。まず、左辺 = 0 と置き、斉次方程式に対応する次の 2 次方程式を解き、その解 λ を用いる。

$$L\lambda^2 + R\lambda + 1/C = 0$$

$i(t) = I(t) \exp(\lambda t)$ と置き、 $I(t)$ に関する微分方程式を作る。少し計算すると、この新しい微分方程式は

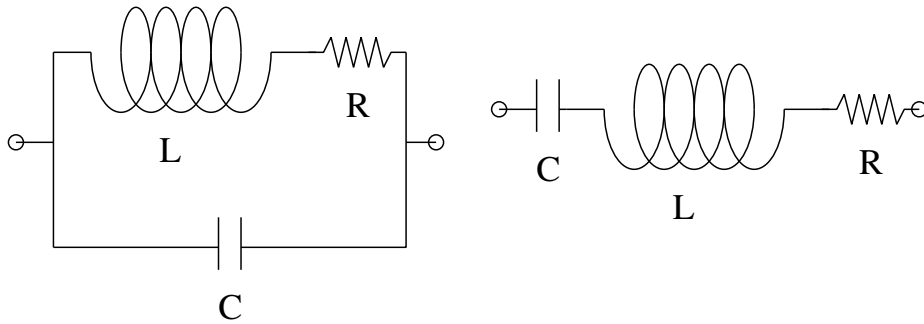
$$\frac{dI}{dt} = K_0 \exp\left\{-\left(2\lambda + \frac{R}{L}\right)t\right\} + \frac{j\omega v}{(j\omega L + L\lambda + R)(j\omega - \lambda)} \exp(j\omega - \lambda)t$$

という解を持つ事が分かる。もう一度積分すると、

$$i(t) = A \exp(\lambda t) + B \exp\left\{-\left(\lambda + R/L\right)t\right\} + \frac{j\omega v}{(j\omega L + L\lambda + R)(j\omega - \lambda)} \exp(j\omega t)$$

ここで、 A と B は積分定数である。

$\lambda = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L}$ であるが、実部は必ず負になるから、第 1 項は時間と共に減衰する。第 2 項も λ の実部よりも R/L の方が優勢であるから必ず時間と共に減衰する。第 3 項だけが、定常解として残る。
 $R = 0$ とおくと、 $\omega = 1/\sqrt{LC}$ の時に、共鳴が起こるのが分かる。



直列に接続した場合

この場合は、インピーダンスの周波数依存性を調べればよい。3個のインピーダンスの直列接続だから、等価インピーダンス Z は、

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(\omega L - 1/\omega C)$$

Z の絶対値は $\omega^2 LC = 1$ となる周波数で最小値 R をとる。この周波数では虚数部は0だから純抵抗 (コイルやコンデンサは付いていない様) に見える。周波数がこの共鳴周波数よりも高ければ、誘導性、低ければ容量性に見える。 $x \equiv \omega^2 LC$ と置くと、低い周波数では、等価静電容量が $C_{eq} = \frac{C}{1-x}$ で高い周波数では、等価インダクタンスは、 $L_{eq} = L(1-1/x)$ で与えられる。周波数に応じて、 L か C が勝つ。この回路の直列抵抗が周波数に依存し、共振周波数でインピーダンスが最低になるから、特定の周波数を通させるフィルタの役目を持たせる事が出来る。 R の値が小さい程、最低インピーダンスは小さくなり、共振器としての性能が高くなる。この回路に付随した R は、主にコイルから来る。 R を減らすには、太い導線でコイルを作れば良い。コンデンサの電極が非常に薄い導体で出来ていると、この導体表面での電気抵抗も R の増加に寄与するかも知れない。電極面に銀メッキをした、マイカコンデンサやバリコンの存在価値がここで理解出来る。表皮効果という概念を思い出そう。

増幅回路の途中に挿入すると、積極的なフィルタとしても利用可能である。

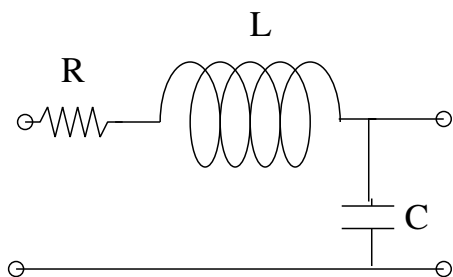
並列に接続した場合

合成インピーダンス Z は、

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\omega \left\{ C - \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2} \right\}$$

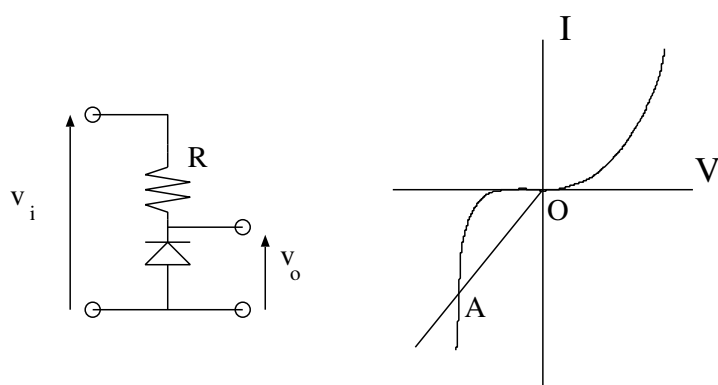
Z の絶対値が最大になるのは、上で与えられた虚部が0の時だろうから、 $C = 1/\omega^2 L + \frac{R^2}{L}$ の時だろう。共振周波数は R があると幾らか低い方へずれる。この時、 $|Z| = \frac{L}{RC}$ と与えられる。 R が0の極限では、インピーダンスは共振点で無限大になる。共振周波数の時に、インピーダンスが最大になるから、この回路をトランジスタの負荷に入れておくと、

発振回路を構成出来る。上の表現での虚部は、正にも負にもなる。正の時は容量的であり、負になると誘導的になる。



図の回路の入出力比は、各自の宿題とする。

[5-5] 定電圧ダイオードと抵抗を用いた定電圧回路



zener diode を用いた概念的な回路図と、電圧・電流図

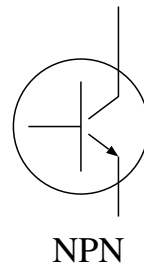
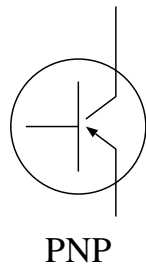
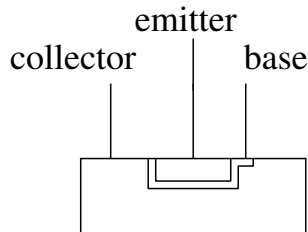
右上図の様な電圧・電流特性をこのダイオードが示すとし、負の電圧部分が逆電圧の部分だとする。特性図の左はしの部分、定電圧ダイオードとして使用される部分である。この部分の微分抵抗が1オームであり、左の図の回路はこのような微分抵抗を示す電圧で使われていると仮定する。更に、この動作点付近での直列抵抗は200オームだとしよう。図で言うと、OAの傾き(の逆数)が200オームという事である。左の回路で、ダイオードに直列に入っている抵抗が100オームだとすると、電源から見ると、負荷抵抗が無限大ならば、300オームの純抵抗に見える。ここで、電源電圧が1%だけ増加したとすると、変動分の電圧は100オームの直列抵抗と、ダイオードの微分抵抗(動作曲線の点Aでの微分の逆数)に分割されて現われるから、出力電圧は1%の $1/100$ になる。即ち、電源電圧の変動に対して非常に鈍感な、従って非常に安定な、電圧を発生させる事が出来る。この例では、出力電圧の50%増しの電圧を V_{in} に与えるという代償を払っている事も忘れないで欲しい。負荷電流を取ることは目的としていないことにも注意すること。ある程度の精度の標準電圧の発生には無くてはならない回路である。

Zener diode はそのまま使用する事もあるが、恒温槽に入れて使う場合もある。更に、Zener diode と等価な動作をする IC も市販されている。

[6] 能動素子とこれを用いた単純な回路

[6-0] トランジスタ

原理的には、二つのダイオードをくっつけた様な素子である。



トランジスタの内部構成図と、回路記号。矢印の付いているのが emitter、図で左へ出ているのが base、上へ伸びているのが collector である。

図は少しは現実に近いだろう。transistor と言うのは、trans-signal resistor 即ち、信号を通過させる抵抗器という意味らしい。電極が3個あるという意味では triode である。これらの電極にはエミッター (emitter)、ベース (base)、コレクター (collector) という名前が付けられている。基板であるコレクターが P 型だとすると、ベースは N 型であり、エミッターも P 型である。PNP の順序が逆になっているものもある。図のような記号で、両者を区別する。

次に、基本的な動作の説明をしよう。emitter と base 間は原理的には整流素子であり、ここには順電圧をかけておく。こうすると、emitter から base に電流が流れる。この電流を base 電流と呼ぶ。この emitter-base 間の電圧は通常 1 V 弱である。diode のところでは、順電流の制御因子は、電位差であるを書いたが、transistor では、更に工夫がほどこされている。図でも意識して書いたが、base は非常に薄く作られている。水に落したインクが水中を広がる様に、電流担体 (電子又は正孔) は base 材質の中を拡散によっても広がって行く。そのためには、担体が base 中を動くときフォノンや不純物により形成された結晶中の不整合による散乱の確率が有意に小さくしなければならない。base と collector 間の電位差も順バイアス (bias) にしておく。emitter から入って来た電流の一部は base 電極へ流れて行くが、ほとんどの電流は base 材質部分を通過して collector 部迄流れて行く (拡散)。base を通過した電流は、base-collector 間の順電圧の為に collector 電流として集められる。emitter から流れ込む電流を I_E 、base と collector とへ流れ出す電流を I_B , I_C と書くと、当然 $I_E = I_B + I_C$ であるが、 I_C/I_B は 1 よりもかなり大きく、この比を電流増幅率と呼び、 β とか h_{FE} と書かれる。代表的な β の値は 100 程度とおけば良い。以下に代表的なトランジスタである 2SC732 の動作特性をデータシートからコピーしておこう。図の左下の一本の曲線が順方向の整流素子特性を示している。base-emitter 間の電位差が約 0.6 volt 付近から急に I_B が流れ出す。左上の図を見るとほとんど直線であり、 $I_B = 20 \mu A$ の時に、 $I_C = 2 mA$ 強と読めるから、電流増幅率は 100 以上ある。

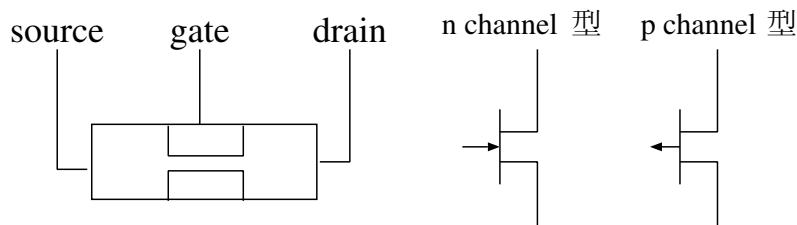
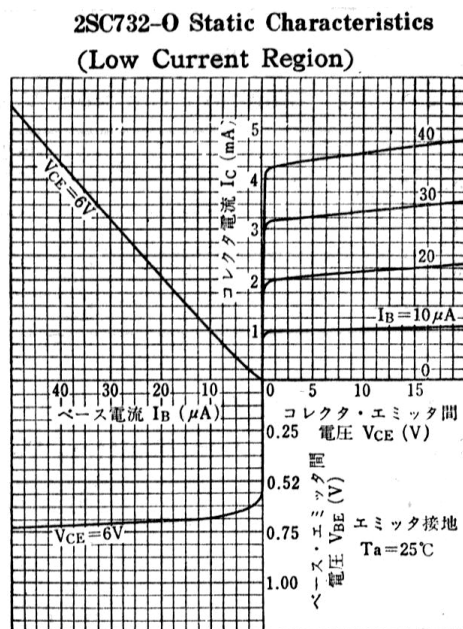


図 1: FET の構造概念図と回路記号。母材の電荷担体により n channel と p channel の区別がある。接合型と CMOS 型という区別を時には、もうすこし複雑な記号を使う時もある。

コレクタ電流が、エミッタ-コレクタ間電位差にほとんど依存しない事も、上に説明した通りである。



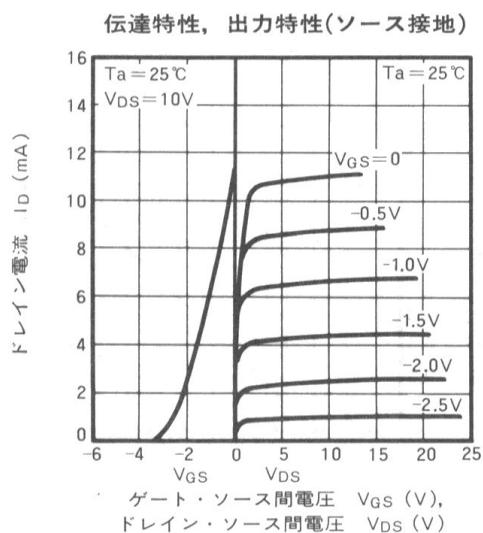
NPN 型 トランジスタ
2SC732 の動作特性図。メーカーのデータシートのコピーである。

電界効果トランジスタ (Field Effect Transistor)

名前から推定してトランジスタよりも後から発明されたものと想像されるが、ものの本によると、概念としてはずっと古くから登場していたらしい。動作原理が、三極真空管とほとんど同じせいだろうか？勿論、製造されるようになったのは、トランジスタよりも後の事である。

電位勾配の事を物理屋は電場と呼び電気屋は電界と言う。しかし、FET の事を電場効

果トランジスタと呼ぶ物理屋はいない。概念図では、半導体の母材に襟巻き状に電極を作り込んである。図の様に母材の左右に電極を付け、source 及び drain とよぶ。source から電流が流れ込み、drain から排出される。図の襟巻きを gate と呼んでいる。実際の構造が襟巻き状になっているという訳では無い。source-gate 間はこちらでも、整流素子と思えば良い訳だが、電位差は逆電圧をかける状態で使用する。逆電圧をかけると、電圧の平方根に比例した厚さの空乏層が作られ、空乏層が成長すると電流の通路が狭められ、source-drain 間に流れる電流が制限される。狭隘部 (bottle neck) を通過してしまえば、電流は drain の方へ必ず流れるから、ここでも source-drain 間電流は、drain 電位にはほとんど依存しない。図示したのは、2SK33 という N channel の FET の動作特性図のコピーである。



FET 2SK33 の動作特性図。
メーカーのデータシートを
コピーしたもの。

トランジスタでは、少ないながらも base 電流が流れることは、トランジスタが動作するための必要条件であったが、FET では source-gate 間電位差は逆電圧の条件で動作させるので、原理的に gate へ流れ込む電流は 0 である。実用的には、非常に入力インピーダンスの高い回路素子でありうる。このために、高感度の増幅回路の初段にはなくてはならない回路部品として使用されている。offset 電流といって、無信号の動作状態で回路に流れ込む (又は回路から流れ出す) 電流が 1 pA 級の素子をカタログから探し出すのも困難ではない。2SC732 の base 電流が約 10 μA であったことを思い出そう。

先に高感度増幅回路の初段用保護回路の部品として、diode を使用出来ると書いたが、実用上は FET を使用する場合もある。

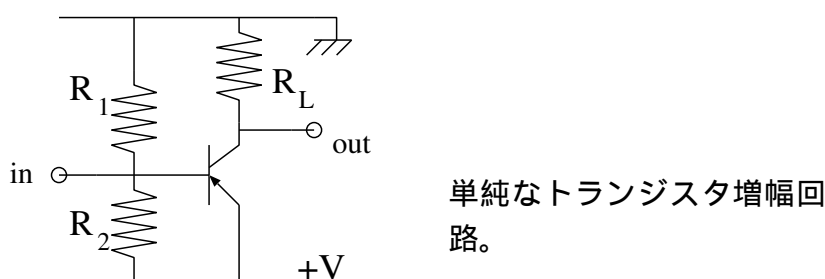
最高の性能を有する増幅器を作りたい時には、初段に使用する FET は沢山の FET を買って来て、雑音特性を測定し粒よりのものを選択するという作業をする。この時には、

温度上昇を嫌うから FET を半田付けするような事をしてはいけない。必ず、FET 用のソケットを使用すべきである。

FET を液体窒素温度程度にまで冷却して使用する場合もある。ケースや内部構造が、温度歪みに起因する応力を受ける。メーカーは液体窒素温度での動作を保証している場合は稀であろう。冷却して使用する場合には結露にも気を付けよう。

[6 - 1] 原理的なトランジスタを用いた増幅回路

最も簡単なトランジスタの利用法は、base に微小電流を流し込むと、その 倍の collector 電流が得られるところにある。しかも上の説明から分かるだろうが、base を通り抜けた電流担体は、base-collector 間が順バイアスでさえあれば、collector 電流として利用できる。即ち、collector 電流の base-collector 間電位差 V_{BC} 依存性は非常に小さい。この意味での非線形性が小さく、歪みの少ない増幅器が作りやすい。又は、大きな電圧利得を実現しやすい。



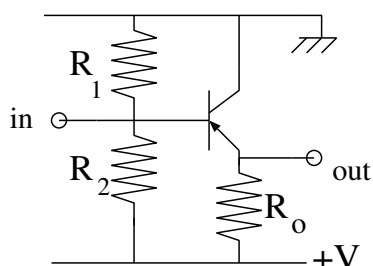
図は、基本回路を例示したものである。npn 型のトランジスタを使用したので、下の方に + 電源が繋がれている。emitter から base に電流が流れ込む為には、base 電位は emitter 電位よりもいくらか低い電位にしておかねばならないが、この電位 (通常は動作電位と呼ばれる) を決めるために抵抗 R_1 と R_2 を用いて電源電圧を分割して base に与えている。この図では emitter 電位は + V volt であり、emitter から電流がトランジスタに流れ込み、ほとんどの emitter 電流は collector から流れ出す。この collector 電流 (I_C) は collector に付けられた負荷抵抗 R_L を通じて電源へ返される。従って、collector 電位は $I_C \times R_L$ で与えられる電位降下分だけ正の電位になっている。この状態で外部から、base に電流 i_B を流し込むと、collector 電流は $i_C = \beta \times i_B$ だけ変化する。図では、この変化分に対応する collector 電位の変化分 $\delta V_C = i_C \times R_L$ を出力として取り出している。実用的には、この図では base や collector 電位は 0 volt ではないので、直流電圧を直接扱いたいときには、無信号時に入出力電位が 0 volt になるような回路 (level shifter) を工夫する。交流成分だけで良いならば、必要な周波数帯域の信号を通す様なコンデンサを出入り口に追加する (AC 結合と呼ぶ)。

この原稿を書いている時点では、トランジスタを単体で使用する場合はかなり少なくなってきたが、以下の様な用途にはまだ使用されている。1) 非常に簡単な回路であり、トランジスタ 1 個 (1 石と表現する場合もある) で足りる様な場合。この場合は説明不要

だろう。2) 非常に低い出力インピーダンスが要求されたり、3) 大電力の制御が要求される場合。

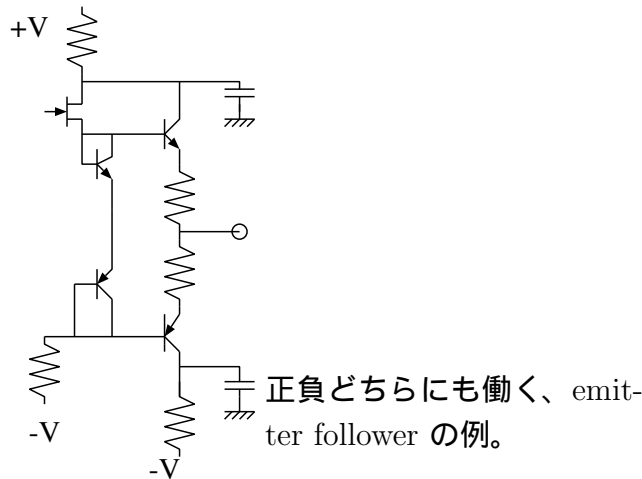
[6-2] Emitter Follower

トランジスタ 1 石で作られる簡単な回路例として、emitter follower と呼ばれる出力インピーダンスを下げる回路の概念的な説明をしよう。



emitter follower の概念図

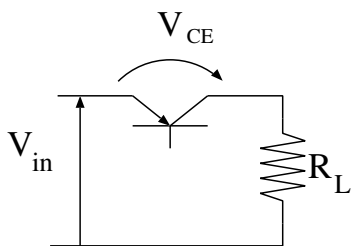
回路図を見ると、基本的な増幅回路の collector に付けてあった負荷抵抗を emitter 側に付け変えただけの非常に単純な回路である。この回路の動作を考える基本は、emitter-base 間は基本的に整流素子を順方向で使用しているという事である。emitter 電流が正常に流れているという動作点を中心において考える。この状態で、入力信号の為に動作点から少しだけ base 電位が下がったとしよう。順方向の整流素子に順電圧が追加されたのだから、emitter 電流は急激に増加する。この emitter 電流の増加により、emitter 抵抗の両端に電圧降下が引き起こされる。この結果、emitter 電位は下がるわけだが、下がる量が問題である。2SC732 の動作特性図、左下の部分を見ると、base 電流が増えても emitter-base 間の電位差 V_{EB} はいつも 0.7 volt 程度でほとんど変化していない事に注意しよう。base-emitter 間の電位差は、信号の有無に拘らず、ほとんど同じという事になる。即ち、base 電位に追従してほとんど同じだけの電位変化が emitter 抵抗の両端に現われる。emitter(電位)が入力に従って(follow)同量だけ変化する。上の説明から分かるように、この機能は、emitter 抵抗の大きさにはほとんど依存していない事に注意。負荷抵抗にほとんど依存しない(出力インピーダンスがほぼ 0 オーム)形で、電圧利得が 1 (よりほんの少しだけ小さな)の増幅器(?)が実現できた。emitter follower は整流素子の順方向電流が、印加電圧と共に極端に増加するという性質を利用しているので、整流素子の逆方向特性を考慮しなければならない様な状態では動作しない。どちらかという、一方向の電圧変動専用の回路である。正方向専用の回路と、負方向専用の回路を組み合わせると非常に有能な回路として働く。下の図が、ある種の増幅器から取って来た双方向性を有する emitter follower の回路図である。



左の FET から信号が出力されてくる。中央付近の collector と base を短絡された二つのトランジスタは実質的には diode の役割である。base-emitter 間の電位差は大体 0.6 - 0.7 volt と一定であるから、二つのトランジスタの collector には、交流的には FET の出力と同じ信号が表れる。即ち、一番右側の上下に並んだトランジスタの base には、直流的には約 1.3 volt だけ電圧が異なるが、交流的には同じ信号が入る。そして、少なくとも上下のトランジスタの内の一方は emitter follower として動作する。二つの極性の異なるトランジスタに相補的な動作をさせることが簡単に出来るのは非常に有難い事である。この結果、入力信号が無い時の出力部の電位を 0 ボルトに設計できる。こうしておく、後続の回路の設計が非常に易しくなる。

出力インピーダンスはかなり小さいが、誤って出力を短絡すると困るし、出力インピーダンスを後続の回路が要求する既定値に設定する事も必要であるから、実際には、出力の部分に直列抵抗を入れておく。出力段トランジスタの collector にはコンデンサがくっついている。増幅器の出力段は一般的に、その回路の中では、最大の電流を扱う。パルス的に大きな出力を出さねばならない時には、遠くの電源から電力の供給を受けるよりも、近くに電源を持っている方が小回りが効く。collector に付けられたコンデンサは、不時の電流供給に備えて、電荷とエネルギーを蓄えておく役目を負っている。

先にも説明したように、base-collector 間電圧は、順方向にさえかかっていたら難しい事は言わないという事であった。又、emitter-base 間電位差はかなり良い精度でどの動作点をとっても一定であるから、難しい事を言わなければ、emitter-collector 間電位はかなり自由に選べる。または運転中に変更しても構わない。この事実を使用すると、図のようにトランジスタを入れると、高精度の定電圧回路を設計することが出来る。

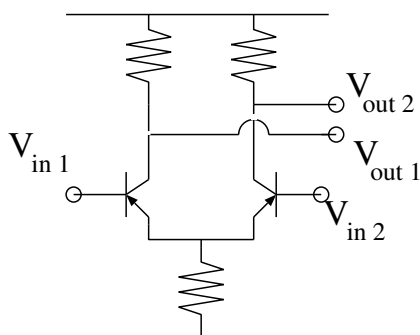


定電圧回路、動作時の電圧分布。 V_{in} の変動を V_{CE} で吸収させる。

V_{in} に R_L で必要とする電圧よりもいくらか高目の電圧をかけておく。一方、 R_L の両端の電位差を高精度の電圧監視装置で監視しておき、規定電圧との差 (従って誤差情報という) の情報をトランジスタの base に返す。規定電圧よりも大きな電圧が R_L にかかる、 V_{CE} の電位差を増やして、増加分は全て、 V_{CE} で吸収する。 R_L の部分を少し工夫すると、定電流回路とする事も可能である。このように、電流路に直列にトランジスタを挿入して使用する場合、このトランジスタをシリーズ・トランジスタ (series transistor) と呼ぶ事がある。

[6 - 3] 基本的な差動増幅回路

トランジスタを 2 個使用した基本的な回路の例として、差動増幅回路を提示しよう。

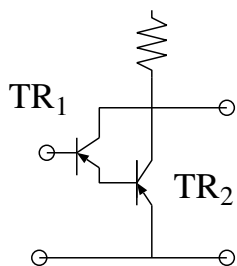


動作特性の同じトランジスタ 2 個を用いた、差動増幅回路の概念図。

この回路では、個体差の無視出来る一対のトランジスタを使用する。図を見易くするために、base に付けるべきバイアス抵抗は書いていない。特徴的な事は、二つのトランジスタの emitter が直接接続されて、一つの抵抗でグランド (電源) に繋がれている事である。入出力は、それぞれのトランジスタに一つずつ繋がれている。collector に繋がれている抵抗は同一規格のものである。一方のトランジスタだけを見ているとこの構成は、emitter follower にも見える。両者の base に入力信号が無い時には、出力電位は等しい。この状態で、 V_{in1} にのみ、負の電圧信号が入れられたとしよう。左のトランジスタの emitter 電流は増え、 V_{out1} の電位は上昇する。一方、この emitter 電流の増加に伴い、emitter 抵抗での電位降下が発生し、右のトランジスタの emitter 電位も下がり、右側トランジスタの emitter 電流は減少する。従って、 V_{out2} の電位は下がる。入力電圧が小さくて、全体の動作領域が比例領域にあるならば、 $V_{out2} - V_{out1} \propto V_{in2} - V_{in1}$ という関係が成立する。言

葉で言えば、両入力電圧の差に比例した出力が得られる。この動作は次に登場する演算増幅器の基本である。

トランジスタは基本的に、base 電流で信号の増幅動作を実現する回路素子として発展して来たが、非常に単純な 2 石の電流増幅器として、Darlington 接続がある。



Darlington 接続の単純な例

図の様に、トランジスタ TR_1 の base へ流れ込んだ信号電流の電流増幅率 (例えば 100) 倍の電流が TR_1 の emitter から流れ込む。それは全部 TR_2 の base 電流として TR_2 から供給される。従って、 TR_2 の emitter や collector 電流は、 TR_2 の base 電流の電流増幅率倍となる。全体として見ると TR_1 の base 電流の電流増幅率の 2 乗倍以上の電流が collector を束ねた部分には流れる。この二つのトランジスタを合わせて、一つの電流増幅率が異常に大きなトランジスタと見る事が出来る。

トランジスタの使用法として、以下の様な動作方式も記憶に止めておくといよい。オープンコレクターというデジタル信号の伝達方式もある。信号を電圧信号として伝達すると、雑音信号が混入したとき、対処出来ないという難点がある。電流信号として送ると、耐雑音性能を格段に向上させる事が可能となる。

トランジスタの動作特性の内の比例領域を越えて、過大な電圧振幅で動作させると、スイッチ機能を持たせる事が出来る。例えば、シリーズトランジスタに普段は電流が流れない様に base 電位を下げておき、信号を通過させたいときだけ、base 電位を上げると、gate 回路や strobe 信号への応答等の動作をさせる事も可能である。

[7] 演算増幅器

やっと、演算増幅器にたどり着いた。

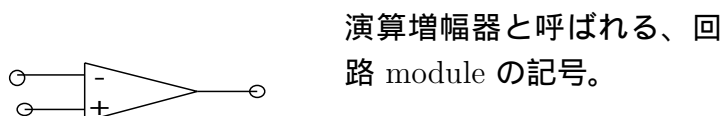
トランジスタや FET で回路を設計する場合に不都合を感じる事の一つは DC level が出力段毎に変化することである。真空管時代にはさぞかし大変であったろうと思う。現在でも、非常に利得の高い DC 増幅器を作る事は困難が伴うので、入力信号を一旦 交流に変換してから増幅し、出力段でもう一度 直流に直すという手法が取られる場合があり、チョッパアンプと呼ばれている。

トランジスタには NPN、PNP という二つの型があるので、正負二つの電源を用意しておけば、原理的には切り抜けられるが、信号の通過する部分にコンデンサを一つも使わず

に(直列結合で)回路を構成するには、回路設計に大きな負担をかける。コンデンサに使用される絶縁体は、経年変化が激しいし、不必要な周波数依存性を回路に持ち込みたく無い時には、直列結合にしたいという要求はある。入出力口が、無信号時には DC 0 volt であり、正負どちらの符号の信号も受け入れてくれるように、あらかじめ基本設計がなされた回路群をひとつの部品の様に使用できるならば、利便性の向上には測り知れないものがあるだろう。機能別モジュールを用意して、モジュールを組み合わせて必要な機能を実現するという発想である。軍人が考えそうな、発想である。個人的な記憶では、原子核物理の連中が研究室や研究所単位で、真空管が中心的な役割を担う時代からやっていた。今でもこの考えは連綿として続いている。例えば Nuclear Instrumentation Module というのはこの非常に良い例であろう。複数の素子を組み合わせて、これを基本単位と考えるという発想は、複雑化の階段を1段登る為には欠かせない。このとき、以下の様な質的な変化を伴っていることにも留意しておくの良いだろう。

- 1) 名人芸であった製品が、工業製品として扱えるようになる。
- 2) 工業製品となることにより、製品のばらつきがなくなり、再現性が良い。工業製品とする為に、設計に十分な人と時間を割くから、一般に性能や信頼性が向上する。
- 3) 製品単価が下がり、納期が短縮される。
- 4) 設計の自由度が広がる。即ち個々の設計者は別の案件に思考を集中できる。

トランジスタや FET の製造が軌道にのると、集積回路 (Integrated Circuit) という考えが次に登場した。この IC 化 の流れの一環として、上に述べたトランジスタ回路の設計上の不都合を内部に吸収した回路が、差動増幅器と相補性を有する emitter follower のアイデアを基本として、提案され広く受け入れられる事となり、演算増幅器 (Operational Amplifier OP-amp) と呼ばれている。



演算増幅器は以下の様な基本性能を理想として、設計されている。

- * 無信号時に、入出力口は DC 的に 0 volt である。
- * 信号の入出力という観点からは、入り口が二つ、出口が一つ。入口の一方には + (Non inverting)、他方には - (Inverting) という記号が付けられている。Non inverting(inverting) 端子に加えられた信号と同 (異) 符号の信号が出力される。従って、両入力の差に比例した出力が得られる。
- * 電圧利得は、出来るだけ大きく作る。

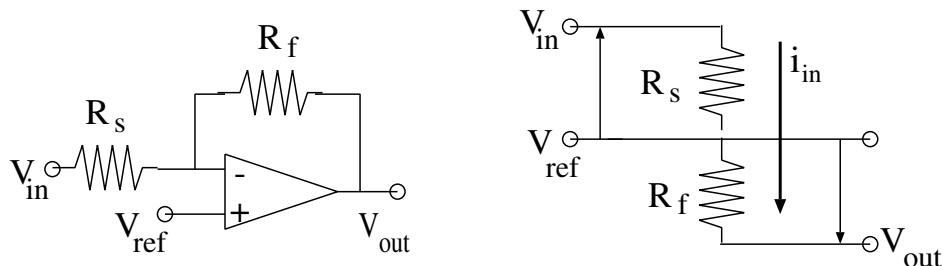


図 2: 演算増幅器を用いた反転増幅回路。

- * 入力インピーダンスは出来るだけ大きく、出力インピーダンスは出来るだけ小さくする。
- * 周波数帯域は、下は DC から上は可能な限り高い周波数を実現する。

図では入出力端子のみを書いたが、当然の事ながら + / - の電源が必要である。必要に応じて、パソコンも電源端子近くにつけるのが賢明であろう。初段の入力は、差動増幅回路だと先に書いた。また、差動増幅回路の二つのトランジスタは特性が等しい事が理想であるとも書いた。実際の OP amp ではこのような相同性は保証されていないので、現場で + / - や、出力の 0 volt からのずれ等を補正する必要がある。その為の、zero-offset(balance) 回路を付ける端子も付けられている場合が多い。動作周波数帯域は、実際には高く迄は取れない場合が多い。使用条件に応じて、利得が一定になる帯域の上限を決定できるのが望ましい場合もある。このような補助的な目的の為に端子をいくつか持っている。

狭義の電子回路で使用される演算増幅器単体の大きさは、5 mm 角程度の面積を占めた塊から、リード線の足が複数本出ている。当然、3 角形という訳ではない。本気で演算増幅器の外形は 3 角形だと思っていた学生も過去にはいたので、念のために。大きなサイズのものもある。個人的な体験では、入力インピーダンスが 1 k Ω 、出力インピーダンスは 0.1 Ω 以下、入出力電圧の動作範囲は ± 10 volt という特に脅威的な数字でないのに 1 台の演算増幅回路 (の IC) が 4.5 x 6.0 cm という大きな物を見た覚えもある。

[7-1] 演算増幅器の基本動作

図は反転増幅回路と呼ばれる、どこの初等的な教科書にも書いてある、基本的な回路である。

V_{ref} は一定値、例えば 0 volt に設定されている。当面、0 volt としておこう。この状態で、正の入力 V_{in} が与えられると、単純化して言うと、 V_{in} の - 増幅率 (- 無限大) 倍に向けて出力が下がり始める。この変化は帰還抵抗 R_f を通じて入力点 (-) に伝えられるから、どこかに安定点を探して、その点に落ち着く。安定点は、inverting, non-inverting 両入力点での電位差が無くなった所である。演算増幅器の仮定より、もしも両入力端子に電位差があれば出力端子の電位が大きく変動し、その変化を打ち消す様に働くからであ

る。inverting (−) 端子に信号が入力されている事に注意！結局安定点では、 V_{in} という入力信号は、入力抵抗 R_s の両端にかかり、 V_{out} の電圧は全部帰還抵抗 R_f にかかることになる。即ち、 R_s に流れた電流はすべて、 R_f に流れると考えれば良い。信号源から流れ込んだ電流は全て、演算増幅回路の '出力' 口から演算増幅回路の内部へ吸い込まれている。入力インピーダンスが無限大になるように設計した回路であるから、 R_s を通じて流れ込んだ電流は、 R_f へ流れる以外に行き先は無い。演算増幅器の二つの入力端子の電位は同一の値をとるように回路が動作するという点をとらえると、あたかも両入力端子は回路内部で短絡されているようだと考えて、virtual short と呼ぶ場合がある。出口から入口への情報伝達 (帰還) があるときにのみ成立する概念である。なんとなく和製英語である。

上の右の図を参照すると、増幅率は抵抗の比で表される事は、明らかだろう。

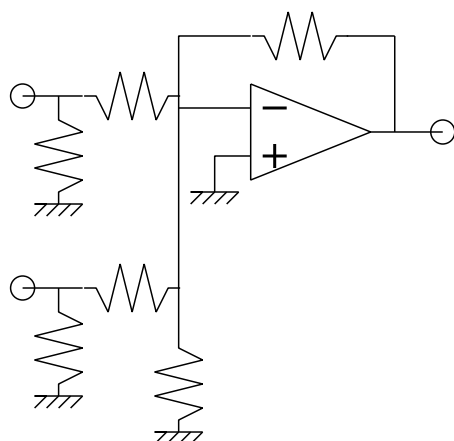
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_{in}}$$

このようにして、単純化されたイメージでは無限大の増幅率が抵抗の比だけできまる増幅率に変換された。そこで、信頼性がある抵抗を 2 本使用するならば、演算増幅器の個性にはほとんど依存しない非常に安定な増幅器が実現された事になる。

出力 (の一部) を入力に返す事を帰還 (をかける) という。今の場合、入力とは信号の符号が異なるので負帰還をかけると表現される。一般的に言って、負帰還をかけると系が安定し、正帰還をかけると火に油を注ぐような結果になる。これらの概念は、電子回路ばかりでなく非常に広い分野で応用される大切な概念である。

V_{ref} が 0 volt でないならば、出力電位は V_{ref} を中心として振れる、即ち、level shifter という役目が与えられている。

演算増幅回路は、入力信号の差信号を作る回路だと説明した。しかし、和信号を作ることも出来る。下の回路は、実用的な電圧利得が -1 倍の足し算回路から借用してきた。



演算増幅回路を用いた、足し算回路。

二つの入力部分是对称に作られているとする。どちらに入力があっても、同じように回路は動作する。従って、同時に入力があれば、和信号が出力される事は明らかだろう。

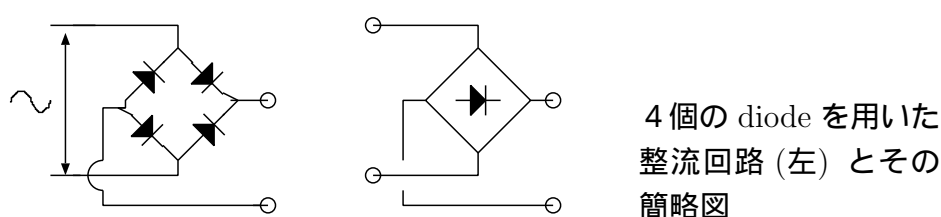
一般的に言って、安価な演算増幅回路では、inverting、non-inverting 端子へ (から) ground

から (へ)、いくらかの電流が流れ込む (出す)。この洩れ電流は、入力に繋いだ抵抗を経由して流れるから、入力端子は厳密には 0 volt にならない恐れがある。この洩れ電流のせいで \pm の入力端子位置で電位に非対称が生ずると、動作の精度が低下する。この洩れ電流補正用に値の等しい抵抗を両入力端子に繋ぐ事がある。この回路では、そのような補正抵抗は使用していない。演算増幅器 (IC) を作る時に、内部的に修正作業が施されているのだらう。

[8] 基本的な機能の実現

これからは、演算増幅器を中心に据えて、基本的な機能の回路を紹介する。複雑な回路は基本的な機能部分 (' 科 ' , Module) に分割して、個別に考えるという事は、デカルト以来の ' 科 ' 学の方法である。

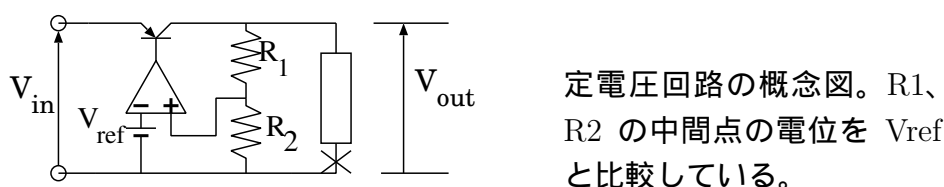
[8 - 1] 整流回路



4 個のダイオードを使う左図のような回路が標準的である。左側の端子をトランスの出力端子に繋ぐと、右側へ全波整流した脈流が出て来る。右側の図は左の図の省略形である。実際には、脈流をコンデンサとインダクタを用いて、平滑化 (脈動の振幅を減ら) してから、下流へ流す。三相交流を整流すると、脈流の振幅が小さいので平滑化の負担がへる。

[8 - 2] 標準電圧発生回路

交流を整流し、更に平滑化した後、下図の左側、 V_{in} に繋ぎ込む。



図で、電池の部分は既知の標準的な電圧を繋ぎ込む。ここに zener diode を利用するのが一般的であるが、zener 電圧の温度係数が大きすぎて嫌だという時には、恒温槽や温度補償型の zener diode も利用する。温度係数が 1 ppm 以下という恒温槽を組み込んだ高性能の zener diode もどきの IC も入手可能である。図の一番右側の部分が負荷であり、この負荷に必要な一定電圧をかける事を想定している。series transistor の出力電圧は、二つの抵抗 R_1 と R_2 とで分割している。 $V_{out} \times R_2 / (R_1 + R_2)$ という大きさの電圧が V_{ref}

と演算増幅器で比較される。もしも、 V_{out} の方が大きいと、演算増幅器の出力 (トランジスタの base) 電位が上がり、トランジスタに電流が流れにくく (V_{CE} が大きく) なり、 V_{out} は下がる。

R_1 と R_2 の比の大きさを可変にしておくと、可変標準電圧発生回路を作り得る。

この回路の生命線は、 V_{ref} 、出力の分割抵抗、演算増幅器の増幅率等である。

このタイプの回路では、コレクタ電流 I_c とエミッターコレクタ間電位差 V_{CE} の積だけの発熱は避けられない。即ち、トランジスタが暑くなり、動作の安定性使用や部品の劣化を引き起こす。従って、可能ならば V_{CE} は低くして使用するのが望ましい。広い動作範囲 (dynamic range) をとろうとすると、頭を使う必要がある。

この構造を有する電源に使用されていた演算増幅器の直流増幅率が 10^6 以上もあると知らずに、演算増幅器の故障と誤判断しかかった覚えがある。演算増幅回路の利得が 100 万倍もあると、出力はいつも電源電圧近くまで振り切れている。

[8 - 3] 定電流発生回路

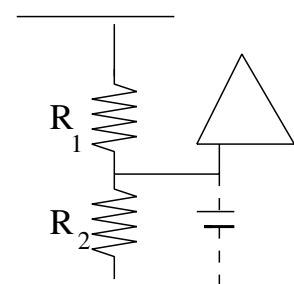
上の回路の動作原理が理解できれば、定電流回路の原理を理解する事は簡単である。原理的には、負荷の下流に抵抗を入れ、この抵抗の両端の電位差を V_{ref} と比較すれば良い。図で、X 印の部分に抵抗 R を入れ、この抵抗の上流側を、演算増幅器の + 側に入れば良い。流れる電流を I とすると、 IR と V_{ref} とが比較される。 R が一定ならば、負荷電流 I も一定となる。この時には、二つの抵抗 R_1 と R_2 は不要である。流す電流の大きさに依存するが、 I が大電流の場合には、この抵抗の発熱や導線との接触電位差およびこれらの温度係数は大きな問題となり得る。抵抗 R のかわりに、DCCT(Direct Current Current Transformer) と呼ばれる電流の周りに誘起される磁場を測定して、電流に比例する電圧を発生させる装置を使用する方が有利な場合もある。

大電流になると、series transistor は 1 石では能力不足となる。沢山のトランジスタを並列に接続して使用する場合があるが、トランジスタにばらつきがあると、複数のトランジスタに平均的に負荷がかかるという事は無く、目の仇にされるトランジスタがでてきて、これが故障の原因となる場合がある。かなりの程度にゆとりをみた設計にしておこう。大電力の場合には、このトランジスタ群を冷却しなければならない。空冷ならば、騒音がすぐに大きな問題となる。空気は熱容量が小さいので、大量の空気を移動させねばならない。空気の流れに淀み点をつくらないようにしておこう。空冷で発熱量が大きいと、装置を置く部屋の冷却を考えねばならない場合もある。

水冷をするようになると、冷却管が結露して汗をかいたり、回路全体を水浸しにしないように充分の注意をしておこう。冷却パイプの下に、回路が置かれるのは、論外である。冷却用配管の電蝕や、パイプ詰まりという事態にも配慮する必要が生じる。

負荷が誘導性の場合 (例えば電磁石)、停電時にトランジスタに大きな電圧がかかる可能性がある。電流の流れる方向を考えて、安全の為の整流素子を入れておこう。負荷が容量性で大きくなると、運転停止時には、人為的に放電するようにしておこう。誘電体の緩和時間が長期に及ぶと、思わぬ事故の元となるだろう。

通常は図の電池の部分、定電圧回路の出力を抵抗分割して作られる電圧で置き換えて使用する。勿論、出力部分の分割比の値を人為的に変化させても良い。



定電圧 (流) 回路の参照電圧
部分を、固定電圧から可変
電圧に変更する。

この分割比をきめる部分 (の一部) に可変抵抗を使用して出力電圧可変に出来る。可変抵抗は 10 回転のヘリポットと呼ばれるものが一般的である。しかし、 1 個のヘリポットで 10^{-3} 以上の出力分解能を実現するのは無理がある。高分解能の実現には複数の可変抵抗を組み合わせる。この場合、小さいほうのヘリポットを大きい方の 5% 程度にしておくのが使い易い。複数の設定器具を用いて設定するときには、電源の応答時間も考慮に入れる必要がある。小さいほうのヘリポットは早く動かしても良いが大きな方は早く動かしてはいけないという場合が多いだろう。意識的に応答時間を遅らせたり、応答時間そのものを可変としたり、外部から応答時間の制御を可能とする電源も考えられる。

この制御用可変抵抗部分を制御室に、電源本体を現場に置くと、遠隔制御が実現出来る。しかし遠隔制御の場合、制御室と現場との温度差が生じ易く、安定度を損なう原因となりやすい。一つの対策は可変抵抗部分も現場に置き、制御室での操作をサーボ機構を用いて現場で実現することである。もう一つの対策は、アナログ制御を止めて、デジタル制御とする事である。制御室でデジタル量を設定し、その値を現場に送る。現場ではこのデジタル量をアナログ量に変換して、演算増幅器に入力する。電源としての仕様を満足する精度と確度や応答速度等の性能を有する Digital to Analog Converter (DAC) の入手がこの手法の成功の鍵を握る。高精度の電源を作ることは、なかなか困難である。

信号伝達に付いて。

例えば 10^{-6} の安定度を要求したとすると、約 20 ビットの設定値データを送りだし、現在値を現場から送り返してもらわねばならない。付帯的な情報として電源・負荷及びそれらが置かれた環境のデータの送受も必要である。これらのデータを常時制御室と現場とで交換するために、現場と制御室との間に通信手段を確立せねばならないが、小規模な系では高価につきすぎる。大規模系では通信手段の標準化も事前に設計しておかねばならない。緊急事態にどんな順番で割り込みを処理するかといった案件はかなり真剣に考えておかねばならないが、それでも '想定外の事故' に対してはお手上げとなる。現場で滝の様に冷却水が流出しているのに、制御室でのんびりと mouse を操っている場面を想定してみると良いだろう。Threemile Island での原子力発電所では、これに似た事が本当に起こっていた。

[8 - 4] ハンティング

定電圧 (流) 回路の動作は、次の様なものであった。

出力変動の発生

標準値と出力値との比較により、誤差信号を作る

誤差信号を増幅する

変動を押え込む方向に系を制御する

この制御システムは、時間依存性を考慮しなければこれで旨く働くはずである。しかし、上で分類した機器の一部は機敏に動作し、他の部分は非常にゆっくりとしか働かないという事もあるだろう。このときには、不都合が起こりそうだと想像が付く。例えば、出力変動の時定数が 1 秒、誤差信号の増幅には 1 分かかり、他の部分はこれに較べると十分に動作が早いと仮定しよう。この状態で出力が異常上昇したとする。制御系はこの上昇を検知して、1 分間にわたり、出力を押えるように命令する。負荷側ではすぐに (1 秒間で) 出力を減らすのに、1 分間も減らせと言う命令を実行するわけだから、減らしすぎという状態になる。異常上昇から 1 分後には、減らしすぎたから、今度は増やせという命令が 1 分間出される。結局、設定出力のまわりに、出力が大きな振幅で増減するという事態が起こる。この現象を制御系が、安定点を探し回っているという意味で、*hunting* と呼ぶ。一部の人達は、*running* と呼ぶが、*run* には正常に動作しているという意味があり、常識的な英語ではこちらのほうが一般的な使用法であるので *hunting* が妥当だと思う。このような状態は、出力メータが激しく振れたり電源がピーという高音を発したりすることがあるので、人間にはすぐに検出できるが、電気回路には検出出来るとは限らない。

安定化制御系を設計するには、負荷の入力に対する応答の時間的な特性を知っておく事は非常に大切である。*hunting* は上の説明から想像が付く通り、誤差信号の増幅率を下げれば押える事が可能である。しかし、増幅率を下げることは、安定度を下げて設計条件を満足しない事を意味する。制御系の *foot work* を軽くしておく事は、非常に大切である。誤差信号に同期した制御信号を、系の位相遅れを考慮して出力する事を基本とする。誤差信号の内、時間的に変動の激しい高周波部分はフィルターを通して落すのも一つの便法であろう。大きなループの制御系になると、中に立っている人間には全体像を正しく判断出来ない場合が少なくない。小さな部分で最適化を考えすぎると、大きな流れとしては効率が悪くなったり事故の誘因となり得る。

負荷の慣性が動作点に依存する場合には、かなり知的な制御系が必要である。例えば零戦の方向舵はわざとに延びやすい材質で制御系と繋がれていた。零戦を確保した米軍は日本はこんなお粗末な部材を重要な部分に使用せねばならぬほど、資材不足になっていると判断したそうである。実情は以下の通りであった。風の抵抗の弱い低速時には大きく舵をきっても良いが、風の抵抗の大きい高速運転時には大きな力で方向舵を操作しても、連結部が伸びて、小さくしか舵が曲がらず、安全な航行が確保出来る。

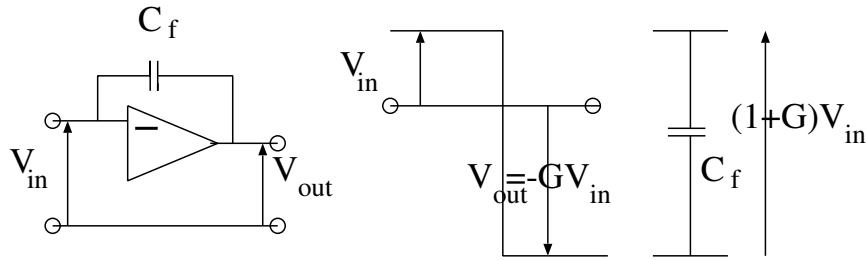


図 3: 大きな利得 G の増幅回路の入力と出力の間に帰還容量 C_f が入っている回路。中央の図は、入力と出力の電位差を表し、右の図にはこの帰還容量に電荷が蓄積される様子を示す。

ここでは時間が不足しているのでこれ以上述べないが、設計者として又は意志決定の責任ある地位に付く前には、必ず自動制御の理論をしっかりと勉強し、正帰還と負帰還に付いての理解を深めておこう。正帰還や負帰還という現象は、電子回路だけではなく政治や経済でも非常に大切な概念である。

[8 - 5] 積分回路

Miller integrater と呼ばれる積分回路は、実用的な応用及び迷容量の問題とからんで、知っておくほうが良い回路の代表であろう。

利得 G が非常に大きな増幅回路の入出力間に静電容量が存在すると、結果的にこの静電容量の両端には、入力信号 v_{in} の利得倍の電圧がかかるので、見掛けの静電容量が非常に大きくなる。この事実を使うと、小さな静電容量を大きく使う事が出来る。例えば、積分回路の時定数は RC と書けるが、この C の代わりに $(G + 1)C$ を利用できるならば、小さな部品を大きく使う事が出来る。小さな静電容量の方が、一般的に言って周波数特性が高周波にまで延びているので、性能が高い。 RC だけの積分回路では、出力電圧が上に凸に曲がっているのが目立つが、 $(G+1)C$ とすると、この曲がりほとんど目立たなく出来る。例えば、オシロスコープ横軸の掃引用鋸歯状波の発生のように広い帯域幅が要求されるときにも、このような性質は歓迎されるだろう。function generator といって、任意波形のパルスが発生させる回路が市販されているが、任意波形を折れ線近似し、それぞれの折れ線部分を発生させるのにもこのような積分回路は使用されている。

図の増幅回路の入力部分には、迷容量 (C_S) が必ずぶらさがっている。ある種の放射線検出器では、検出器にかかる電圧に依って静電容量が変化する。入力電荷がこの迷容量をも充電すると、運転条件によって見掛け上の利得が変化するので好ましくない。このような時に、 $(G+1)C_f$ を、迷容量 C_S よりも充分大きく設定すれば迷容量の影響を実質的に無視出来る。半導体を用いた放射線検出器には、この理由から、charge sensitive preamplifier と呼ばれる、Miller integrater を用いた回路が使用される。

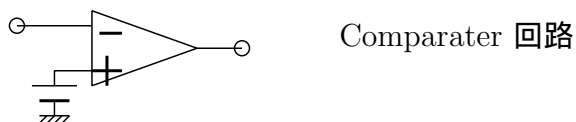
Miller 効果は、増幅回路の初段ではいつも経験される現象である。例えば、初段に FET が使用されていたとする。この FET 増幅器の実装過程で、gate-drain 間にはなにがしかの静電容量 C_{GD} が必ず存在する。drain につける負荷抵抗を大きくして、大きな増幅率を

稼ぐと、この C_{GD} にも入力電荷は分け与えられる。この現象は、コンデンサのインピーダンスが周波数に反比例するので、増幅器の高周波特性を劣化させる。高周波特性を向上させる為に、初段の FET やトランジスタに浮遊容量の小さな部品を選択する事は、設計段階では重要なことだ。複数の部品を用いた増幅系全体として、増幅器の入力段と後段増幅部との結合を切るには、入力段と増幅段との間に base 接地の回路を入れるという工夫が役に立つだろう。emitter から信号を入力し、base を ground に落とし、collector から電流信号を取り出す。emitter と collector の中間の base が ground に落ちているから、両者の相互干渉が少ないだろうと、想像がつくだろう。

[8-6] 比較回路

定電圧回路の本質的な構成要素として、参照電圧と出力電圧 (の一部と) を比較する部分があった。この場合は、直流的なゆっくりとした変動に対応すれば良かった。一方、電子回路の利用と言う面では、パルス的な信号を扱う場合のほうが多いだろう。一つのパルス信号の電圧振幅を基準と比較したり、パルスの到着時刻を他のパルスの到着時刻と比較するという作業を次に考える。到着時間の前後関係を比較する前に、補助的な技術として、パルス信号のピークを検出したり、検出したピーク電圧を保持して後段の論理判断に供する手段を述べる。

先ず、パルスの波高が参照電圧よりも高いか低いかの判定をする回路に付いて少し考えてみよう。図の回路では、非反転入力にはある参照電圧が与えられている。反転入力に 0 volt (入力無し) の時には、出力は電源電圧と演算増幅器の規格とで許される最大の電圧にまで正に振れている。



この状態で入力信号が増加し参照電位をよぎったその瞬間に、出力は負の最大電位にまで反転する。出力が正から負に反転すると、有意な入力信号があったと考えて、後続の回路で処理する。この回路は、意味のある信号の有無や、ある時間内に入力パルスが何個来たかといった判断に使用できる。逆の発想としては、あるべきでない雑音信号がどの程度発生しているかという判断にも使用できる。この回路を複数組み合わせると、入力信号の波高分析機能を持たせる事が出来る。参照電圧の部分で、定電圧源から抵抗比で分圧して得られた電圧で置き換え、演算増幅回路を並べて置くと、非常に高速に動作する波高分析回路を構成する事が出来る。高信頼性の連成抵抗を使用することが、成功の秘訣だろう。若い頃に、真空管式の 30 channel 波高分析回路を触った事があるが、参照電位を真空管の個性に合わせて設定し、sliding pulsar を用いてこれを検定することは骨の折れる作業であった。

[8-7] ヒステレシス

鏡面であると考えたくなる池の面にもさざ波が立つように、必ずしも滑らかな電気信号ばかりが来ている訳ではない。以下の様な原因が考えられる。

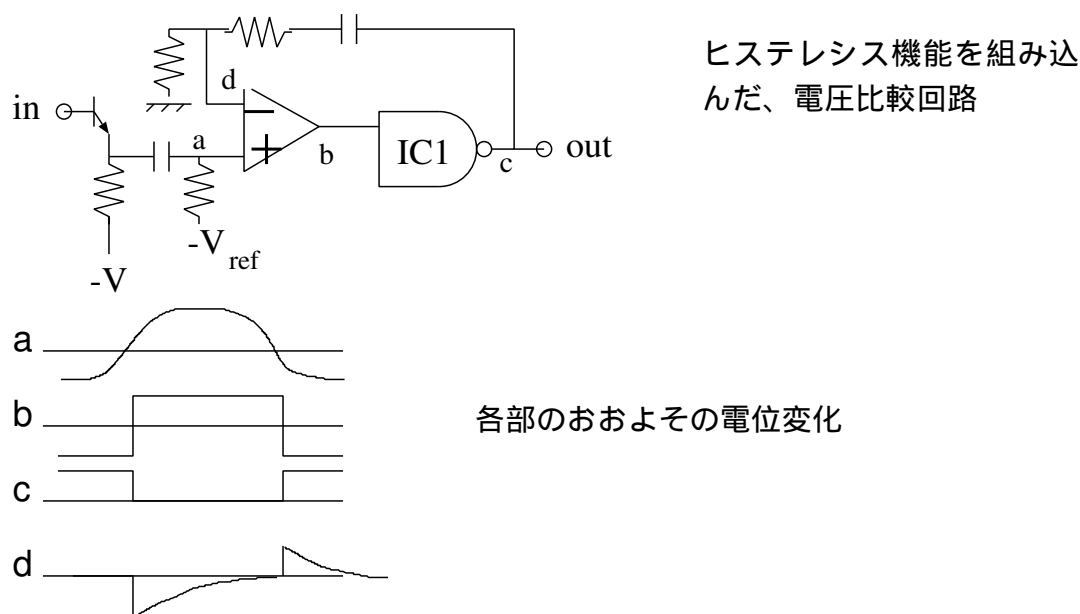
1) chattering : スwitchの on/off で電気信号を発生できると考えてみる。原理的にこれは正しいだろう。しかし接点を微細に見てみると、二つの問題が考えられる。ひとつは電気的な接触に関するものであり、もう一つは力学的な接触に関するものである。Switch投入時に接点が一回でくっついてしまうとは限らない。二つの固体をぶつけ合わせた経験を持つ人は、両者が反発しあう傾向にある事を知っているだろう。Switchの接点でも同じ事が起こり得る。実用的には、反発しても更に人間が押し続けるのでそのうちに、接点はくっついて電流が安定的に流れる様になる。この反発に伴い、数 msec の時間で複数回の on/off が繰り返されている場合がある。この原因で一つであるべき信号が複数のパルスで構成されているとき、これを chattering と呼ぶ。現象さえ知っていれば、これを電氣的に押え込む事は可能だろう。接触抵抗という事もあるから、この種の信号発生機構では、あまり立上り時間の短い信号は作り難い。後段に波形整形回路を入れる必要もあるだろう。しかし、水銀接点リレーは原理的に chattering が無い上、立上り時間もかなり早い。通常の電子回路の早い立上り時間の確認にも水銀接点リレーは使用される事がある。

2) ringing : 信号の処理速度を向上させたいという希望を持つ人は多い。電卓と呼ばれる回路がある。この計算速度を許容出来る範囲まで遅くして、浮いた時間を信頼性の向上に充てるべきだという意見を述べるのは、信頼できる技術者であるが、それでも速度を上げたいという要求はある。速度を上げる手段として、トランジスタ等の増幅素子の負荷抵抗部分にコイルを入れる場合がある。こうすると、高周波成分の利得が上がるためにパルスの立上り時間を短くできる。この複産物として、早い成分だけが大きくなりすぎて、パルスの立上り部分で振動する場合がある。この現象を ringing と呼ぶ。似たような波形は、長いケーブルで信号を引っ張った後、正しい終端抵抗で端末処理していない場合にも観測される。

3) 雑音と正常信号の重ね合わせ : これは分かりやすいだろう。特に、熱雑音は原理的には除去出来ない。このために、信号には各種の電気信号が重ね合わされている。雑音対策の一つは、信号を周波数成分に分けて考えることである。信号には、特徴的な周波数帯域というものがあるだろう。又、雑音にも周波数依存性があり得るだろう。周波数が低いとこれに関係するエネルギーが小さいので沢山の雑音がありうるが、高周波になると一般的に言って雑音が小さくなる。従って、先ず信号を高周波領域へ持ち込んでから増幅し、十分な信号対雑音比 (S / N ratio) を確保するというアイデアもあり得る。少なくとも、高周波成分を活用するほうが、一般的には S/N という意味で有利になるだろう。更に、周波数の帯域幅という概念を持ち込むのも良い考えだ。信号の周波数帯域を狭く出来るならば、それだけ関与する雑音のエネルギーが小さくなる。信号処理のある段階で、特定の周波数帯域だけを通過させるフィルターを用いる事で、S / N 比を改善出来る可能性がある。この操作は波形整形と呼ばれる事がある。

さて、何はともあれ、信号に ringing があつたり雑音信号との重ね合わせが有意に見られると、比較回路は一つの信号を複数の信号と見誤る事がある。この対策として、信号を

一つ検出したら、出力の一部を参照電圧に加えて、参照電圧をいくらか低めにする。あるメーカーの single channel analyzer の当該部分は以下の様になっていた。



実際に波高を比較する部分は、演算増幅回路が受け持っている。あらかじめ、比較したい電圧の符号をかえた電圧が V_{ref} に掛けられている。inverting input は抵抗を通して 0 volt に設定されている。従って、入力パルスが無い時には出力は大きく負に振れている。演算増幅器の出力の後段にある IC 1 というのは NAND 回路であり、AND 回路の出力段に NOT を示す小さな丸印がついているから、入力が正論理で 1 の時出力は 0 volt (正論理の 0) であり、入力が 0 volt の時、出力は 5 volt (TTL 正論理の 1) となる。IC 1 の出力は入力パルス信号が無いときには、+ 5 volt になっている。しかし、演算増幅器の入力へはコンデンサを通して負帰還をかけているので、演算増幅器の inverting 入力端子はすぐに 0 volt に落ち着く。

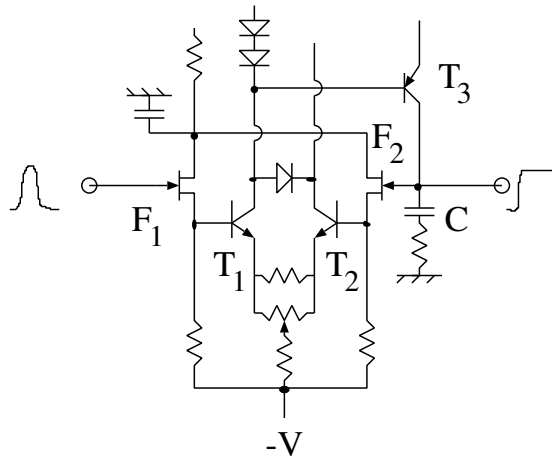
実際の入力信号は、in と書いたところから、正のパルスとして入って来て、emitter follower を通して、比較部分である演算増幅回路の non-inverting 端子に伝えられる。先に説明したように、この部分はあらかじめ参照電圧の符号を変えた値に設定してあったから、パルスが参照電圧よりも大きいときに、はじめて演算増幅回路の入力が正電位になり、出力も大きく正に向かう。この変化により IC 1 の出力は 0 volt に向かう。この負のパルスが演算増幅器の inverting 端子に加えられるので、しばらくの間だけ、inverting 端子の電位が 0 volt より下がる。このようにして、信号が検出された後のある短い時間だけ、参照電圧を下げて一つのパルスで複数の出力が出るのを抑制する機構を、hysteresis を持たせると呼んでいる。

演算増幅回路の三角形の中に、hysteresis の記号を書いて済ませる事もある。

[8 - 8] ピークを検出し、この電圧を保持する

パルス信号のピーク電圧を検出し、これを後の利用の為に保持することは電子回路の利用上非常に大切な技術である。ここでは、constant fraction という時間情報取得の為に副次的な役割を担っている部分として紹介するが、アナログーデジタル (A-D) 変換の根幹をなす基本的な要素技術の一つである。

パルスのピークを検出する回路



図は、timing SCA と呼ばれる回路のピーク検出部を借用してきたものである。二つの FET (F 1、F2) 及び トランジスタ (T1, T2) は個性の非常に良く揃ったものを用いる。通常は一つのトランジスタが一つのケースに入っているが、twin transistor と呼ばれ、同時に作った二つのトランジスタを一つのケースに入れたものも売られている。入手出来ない時には、一つの放熱板に二つのトランジスタを取り付けて使用する場合もある。最終的な個性の相違を補正するために、トランジスタの emitter 側に、大きな可変抵抗が小さな抵抗と並列に入れてある。無信号状態では、二つの FET の gate 電位は 0 volt である。ここで、F1 gate から正のパルスが入って来たとしよう。入力信号により、F1 の source-drain 間電流が増加し、これに連れて T1 の base 電位が上がる。T1 の emitter 電流が増え emitter 電位も上がる。この結果は T2 と T3 の動作に影響を及ぼす。T2 の emitter 電位も上がるために、T2 の emitter 電流は少なくなる。一方、T1 の emitter 電流の増加は T1 の collector (即ち、T3 の base) 電位の低下を招き、T3 には電流が流れ始める。この電流はコンデンサ C に蓄えられる。F1 の gate 電位が F2 の gate 電位よりも高い間は、コンデンサ C への充電が続けられる。入力信号が上昇中は、C に充電されるが、入力電位が下がり始めると様子は大きく変化する。入力が下がり始めると、F1 の drain 電流が減少し始め、これに伴い T1 の base 電位が下がり、T1 に流れていた電流は減少する。これに伴い T1 の collector 電位が上がるので、T3 には電流が流れなくなる。コンデンサ C に充電された電荷は行き先がないので、充電された状態に留まる。即ち、C には入力信号のピーク電圧が電荷の形で写しとられた。T3 の動作の切れを良くするために、F1(T1) の動作状態の変化を T1(T3) に伝える部分の増幅率は大きい方が良い。FET の source に付いているコンデンサは F1 -> T1 への早い変化に対応するために置かれている。トランジスタ T1 と T2 は see-saw の様に働いている。実際の回路図では、T3 の

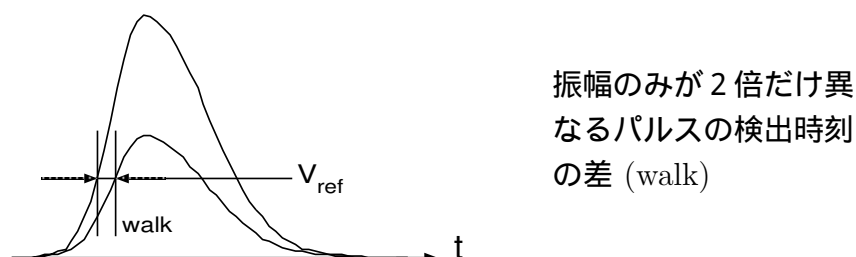
上流に PNP 型のトランジスタ T4 を直列に置き、この T4 の base は、T2 の collector に直接繋がれていて、C に充電する電流は T1 と T2 が逆位相の動作をしているときだけというきつい条件をつけて、回路動作の信頼性を向上させている。

C に写し取った、ピーク電圧を利用するためには、利得が 1 で入力インピーダンスが非常に高い増幅回路を F2 の gate に直結すれば良い。更に、このピーク電圧の利用が終了後では、次のパルス入力に備えて、C に蓄えられた電荷は全て放電しておく必要がある。即ち、利用終了後一定時間だけ C の上端 (F2 の gate) と ground 間を実質的に短絡する。

ピーク保存用にコンデンサに充電された電荷は、関連部品から洩れや自然放電の為に、少しずつ洩れだすと考えられる。この対策として、インピーダンスの非常に高い部品を使用することは当然であるが、設計上の工夫もあり得る。コンデンサに移しとられた電位を後段に伝えるために、入力インピーダンスが高く出力インピーダンスが低い、利得が 1 の増幅回路を用いるがこの増幅回路の出力でコンデンサを充電するようにしておけば、少しくらい放電があっても放電分だけ充電出来れば、放電の見掛けの時定数を非常に長く出来る。この様な工夫も実際にはなされている。この回路は、複雑になるので、提示はしない。

[8 - 9] ピークの到着時刻を検出する。

二つのパルスが同時に来たか、又はどちらが先に来たかを判定する時に、立ち上がりの時定数が有限である事に起因する不定性を克服する必要がある。

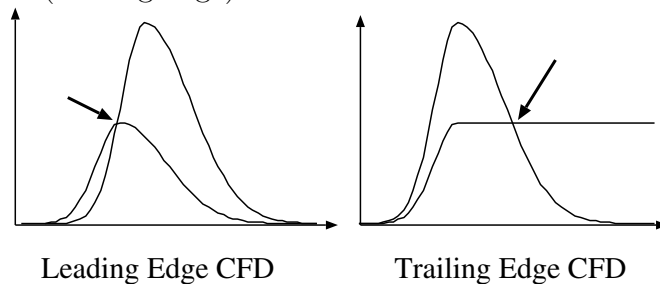


この図の様に、パルスの (時間的に) 早く来た立上りの部分を利用して、波高弁別の判断をするのを、leading edge discrimination と呼ぶ。図の二つのパルスは、同時に発生したが、振幅が 2 倍だけ異なる。パルスの振幅が参照電圧に達する時刻は、両者で有意の違いがある事を図は示している。このパルス振幅に依存した時刻の不定性を walk と呼んでいる。walk を解消する為の最も単純な解決法は、パルスの振幅を大きくして、walk を小さく見せる事である。

振幅を大きくして、時間分解能を向上するときに、大きな振幅のパルスを受けた側の問題点を一つ挙げておこう。正常動作を想定した設計に於いて、動作点をはるかに越える入力に対して、出力パルスが歪む事は、このような使用をする使用者には受容出来ることだろう。実用的な問題は、過大入力に回路が正しく設計されているかどうかという事であ

る。正しく設計されていないと、入力の状態が過大に振れた後、正常な動作点に戻るのに非常に長い時間を要する場合がある。この事情は、回路の方では、overload 特性は？という問いかけをする事である。対策の一つは、clipping と呼ばれるが、例えば diode を用いて次段への伝達信号の最大振幅を規制することである。もう一つのやり方は、baseline restoration と呼ばれ、入力パルスを検知すると一定時間後に積極的に、次段の入力端子に電流を流し込んで設計電位 (例えば 0 volt) 迄強制的に電位を戻す方法である。前者は、受動的であるが後者は能動的である。

walk 対策を施したパルスの到着時刻の検出法には、constant fraction 法と呼ばれる手法が一般的である。これには、パルスの前半部分 (leading edge) を利用するものと、後半部分 (trailing edge) を利用する場合がある。

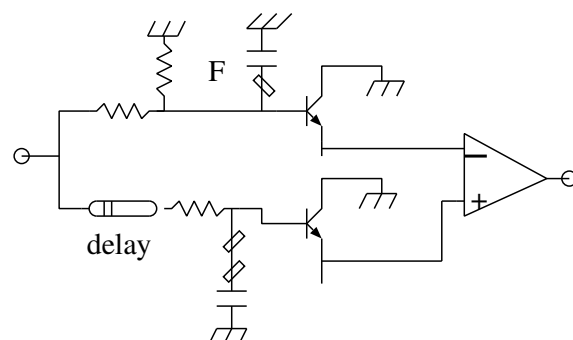


constant fraction 法。入力パルスの時刻情報を取り出す手法。左 (右) は、立上り (下がり) 部分との交点を利用する。

上の図で概念を説明する。Leading edge 法では入力信号を二つに分け、一方のみを増幅する (又は、他方を減衰させる)。その後、振幅の大きい方を一定時間だけ遅らせる。二つの信号はある時点で交差する。この交差時刻は、入力の信号の振幅には依存しないから、walk の影響を受けない。

Trailing edge 法でも信号は二つに分けるが、遅延回路は入れない。右の図の様に、小さい方のピークを保持し、大きい方の信号が小さくなる時の交点を検出する。

次に、leading edge constant fraction 回路の例をあるメーカーの constant fraction discriminator から引用しよう。



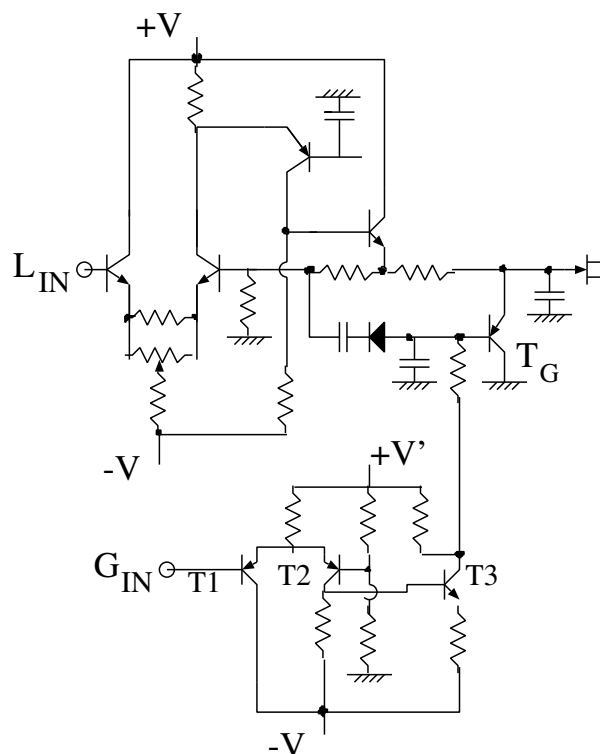
Leading edge 型の constant fraction 法による時間決定法。

入力信号を二つに分割し、一方を O(riginal), 他方を D(elayed) と名付ける。図の回路で、上の方を伝わる O 信号は、二つの抵抗を用いて一定の割合に減衰され、下の方を伝わる D 信号は図の様に、少しだけ遅らせる。ソーセージに似た記号 (下に delay と書いた部品) は遅延ケーブルと呼ばれる同軸線である。特徴は芯線と外部導体を絶縁する絶縁物に相対誘電率や相対透磁率の大きな物質を用いている点にある。信号伝達速度は、単位長さ

当たりの静電容量とインダクタンスの積 \sqrt{LC} に反比例している事を思い出そう。遅延信号の方にだけ抵抗が入っているのは、遅延ケーブルの特性インピーダンスを考慮した結果だろう。両信号を差動増幅回路に入力する。O 信号が inverting、D 信号が non-inverting 入力に入れられたと仮定すると、作動増幅回路の出力は最初の内は O 信号の方が大きいから負であるが、ピークを過ぎると D 信号の方が大きくなり、差動増幅回路の出力が反転する。この出力の反転を比較回路で検出すれば良い。図には、F と書かれた斜めの四角も記入されている。これは、ferrite beads と呼ばれる、高周波信号の減衰器である。非常に高い周波数成分の信号エネルギーはこの ferrite で熱として吸収される。近年では、計算機の電源や各種の相互接続線にも見掛ける事が多い。図に書かれたトランジスタも emitter follower として動作しているだろうと想像がつく。実際の回路では、差動増幅回路のうしろに、波形整形回路を付けたり、出力インピーダンスを下げたりして、後段での使用に耐える準備をするだろう。

[8 - 1 0] gate 回路

例えば rf 加速器からのビームを用いて実験をしているとする。観測中の反応生成物は、ビームが出ていない時には、絶対に生成されない事が分かっていると仮定する。この様にある種の条件を満足するときだけ、本物の信号が出て来る事が分かっているときには、この条件を満足しない信号は全て偽物信号と言える。偽物信号は、出来るだけ計測系の上流側でせき止めて後続の測定系に負荷をかけないようにするのが良い。



G_{IN}	0	1
T_1	on	off
T_2	off	on
T_3	off	on
T_G	off	on
gate 機能	開	閉

条件信号と同期するアナログ信号だけを、後段に伝える回路を gate 回路と呼ぶ。次の回路図は、あるメーカーの Linear Gate and Strecher 回路の gate 機能部分を借用してきたものである。図では、 L_{IN} という入口からアナログ信号が入力され、この信号は差動増幅器で受けられて、 T_G と書いたトランジスタの emitter へと伝えられる。一方、 G_{IN} と書いた入力には、gate 信号 (TTL 正論理信号) が入力される。もしも、 G_{IN} が論理 0、即ち 0 volt ならば、左側のトランジスタ (T_1) にのみ電流が流れていて、中央のトランジスタ (T_2) には電流が流れていない状態になっている。従って、gate 段の最後のトランジスタ (T_3) の base は $-V$ にまで下がっていて、このトランジスタの collector 電位は $+V'$ になっている。この結果、トランジスタ T_G の emitter-collector 間には電流が流れていない。結果的に、この T_G の部分は断線しているのと同じだから、 L_{IN} からの信号は、一番右にある FET の gate にまで伝達される。逆に G_{IN} 部が論理 1 (5 volt) になると、 T_G の emitter-collector 間には十分な電流が流れている。即ち、この T_G は一本の導線で近似出来る。即ち、FET の入力 gate が ground に短絡されているので、アナログ信号は FET には伝えられない。従って、 G_{IN} の信号が論理 0 ならばアナログ信号は FET に伝えられ、論理 1 ならば、FET には伝えられない。これが、予定していた gate 回路の動作である。

[8 - 1 1] 遅延回路

パルス信号のピーク電圧を検出し、いくらか時間的に遅らせて出力したほうが後の利用に便利な場合がある。信号を遅らせる時間が固定的に決まっているならば、入力段、又は出力段に一定の長さの遅延ケーブルをいれれば良い。

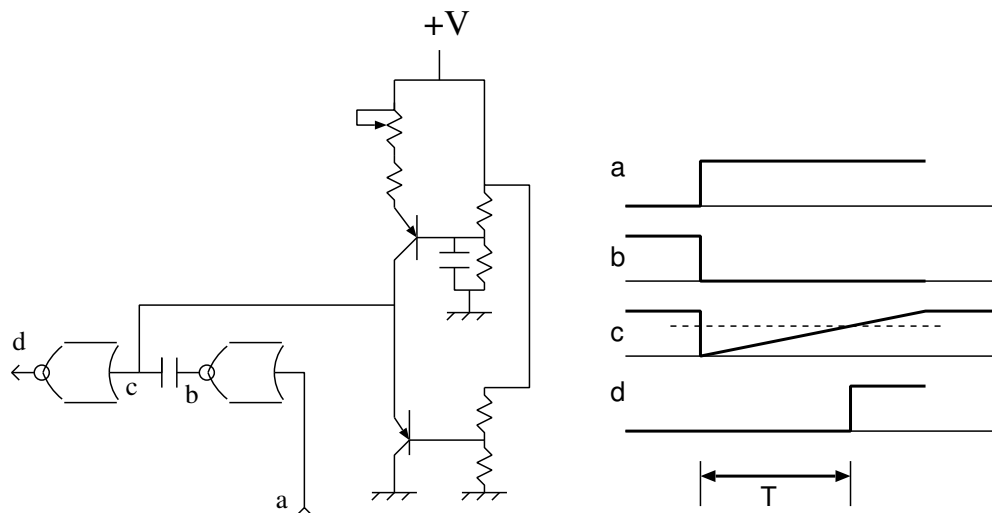
一方、信号の前処理の時間が実験毎に異なるならば、遅延時間を簡単に変更出来るのが望ましい。入力信号に対して出力を遅らせる時、出力として後段に伝える情報は、アナログ信号の場合には信号の電圧振幅であると仮定しておく。この仮定があると次の議論が原理的に意味を持つ。問題が以下の様に設定出来る。入力パルスが入って来てから、外部から設定するある時間後に、入力パルスの波高電圧と同じ波高の信号を出力せよ。

このように、gate 回路の機能を設定するならば、簡単に block diagram を書き下す事が出来る。

入力パルス - > ピーク保持 - > gate 回路 - > 出力回路

gate 回路へ、gate を開ける部分への入力命令を論理信号として、別途作らなければならぬ。この論理命令信号はある種の業界では strobe 信号とも呼ばれている。例えば、前段でデータ信号の出力準備が終了した後で、後段の回路がこのデータを取り込む時に、strobe 信号を出す。デジタル信号処理が目的ならば strobe 信号は、AND 回路を使用すればよい。ここでは、strobe 信号以上の意味を持たせる。外部からの strobe 信号又は内部でピークを検出したという信号を遅くらせて作った信号を選択出来る。また、この gate を開けている時間間隔も設定出来るようにしておく、出力パルスの幅も設定できる事になる。この付近の論理信号操作は、TTL の正論理のデジタル回路を使用できる。例えば

ピーク検出で差動増幅回路が see-saw の様に動作するから、この反転信号を捉えればピーク検出時刻を pick-off 出来る。次の回路は、可変遅延時間を設定する回路である。



図の二つのトランジスタには、ある一定の電流が流れる。この電流量が一番上の可変抵抗で設定出来る。図の二つの NOR 回路の間に置かれたコンデンサには二つのトランジスタの中間から充電されるが、充電時間はトランジスタに流れる電流で決定されるから、左の NOR 素子の状態が反転する時間がこれで制御されるのは理解できるだろう。右の NOR 素子への入力充電開始時刻を決めている。左の NOR 素子が反転すれば、この回路の動作は終了したのだから、次の準備の為に、反転情報の一部は右の NOR の一つの入力端子へ返しておく。但し、この帰還線は図示されていない。遅延時間が固定的であれば、uni-vibrator 回路に取り付けるコンデンサの静電容量を調節すればよいが、可変範囲が広くて小さなバリコンは入手困難だからこの回路の様に可変抵抗を利用するのが一般的である。

[8 - 1 2] 二つの信号の到着時刻の比較

二つの物理的に有意な信号が 1) 同時に来たか、又は 2) どちらがどれくらい先に来たかという二つの問題に分けて考えるのが良い。

時間分解能の範囲内に同時に来たかどうかを判定する必要がある事を示すには、次の例は興味があるだろう。宇宙線と呼ばれる放射線が存在する。この宇宙線が地球起源かそれとも地球外起源かは、あるときに論争になった。放射線検出器を載せた気球を使用した実験もあるがこれは大がかりである。次の実験は、多分人類最初の、同時計数実験である。2 台の同等な放射線検出器を用意し、両者を横に並べた時と、上下に並べた時の同時計数率を比較する。宇宙線が地球外起源ならば、上の検出器を通過して下の検出器でも検出されるという確率が有意にある。地球起源ならば、上下の置かれた検出器が同時に放射線を検出する確率は小さいだろう。実際には、上下の検出器で検出される確率がそれなりにある事が確認され、宇宙線は地球起源とは考えにくい事が証明されると同時に、同時計数という概念の有効性が実験室で証明された。

先ず、到着時刻の同時性を調べたい二つの信号源を用意する。これらの信号源から発生した信号を、必要ならば増幅し、上で説明した時刻検出回路に個別に入れ、信号の到着時刻に論理信号を出力させる。信号の到着を知らせる二つの論理信号を AND 回路に入力すればそれでお仕舞いである。必要に応じて、AND 回路の出力信号を計数回路を用いて数えれば良い。信号源からの信号が本物か雑音かを区別する必要があるならば、信号を二つに分けて一方は同時検出情報とし、他方は波高分析回路を通す。例えば、本物は大きく偽物は小さな信号だとすると、ピーク比較回路からの判定信号を利用して、この信号との AND 情報も計数条件に加えれば良い。もしも時間遅れを気にしないならば、波高弁別回路の論理信号を時間信号として利用しても良い。

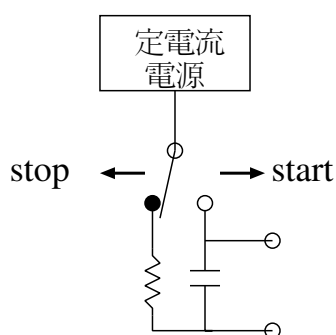
二つのパルス信号の到着時間差を断定する回路は厄介である。直接的にどちらが先に来たかを判定する事はあきらめる。時間差測定の希望範囲があらかじめ設定されていると仮定すると、前後関係も時間差情報と共に取り出す事が可能である。

二つの信号源を、A、B という記号で区別しよう。この時間差を測定したい時、例えば A が必ず遅く来るように、一定の遅延回路を通し、このあとで、A、B 両信号の時間差を測定する。この信号処理過程で、B 信号が来たのに予定時間以内に A 信号が来ない時には時間差測定処理はしない。予定時間以内に来ないときの処理作業の中断を time-out と呼ぶ。

次に、時間差測定の原理的な考え方を説明しよう。この原理は、もともとはパルス信号の波高測定を多数の comparator を使わずに実行することを想定して、原子核理論物理学者により提唱され現在も、直線性の良さ、精度の良さといった長所を有する手段として AD 変換の手法として使用されている。回路の単純さは一方で、処理時間が必要である事も意味する。

時間信号としては、最初に B パルス (start pulse)、次に A パルス (stop pulse) がやってくる事を前提としている。当然これらは論理信号である。時間差をアナログ信号に変換するか、デジタル信号に変換するかにより以後の考え方はいくらか異なる。

先ず、時間差をアナログ信号に変換することを考えよう。定電流電源、ゲート回路、コンデンサを用意し、以下の図のように並べれば良い。



時間差を電圧に変換する回路の原理図。スイッチの黒丸接点は、仮想的なリレーが励磁されていない時に導通状態にある接点 (Normally Closed) を意味する。start 信号が入力されると、接点が白丸 (NO) 側に倒れ、コンデンサに一定電流での充電が開始される。Stop 信号が入力されると、充電は停止される。

図で、switch で示した部分がゲート回路であり、start 信号で NO 側に接点がつながりコンデンサへの充電が開始され、stop 信号で電流は抵抗の方へ流される。普段は (信号が来ない時には)、定電流回路からの電流はこの抵抗を通じて無駄に流されている。Switch の部分は current switch と呼ばれる事もある。上の図では示されていないが、時間情報を取り出した後のコンデンサはきちんと放電しておかねばならない。

この回路は、ピーク電圧の検出回路とほとんど同じものである事が分かるだろう。又、D-A 変換にもこのアイデアは使用可能である。

次に、時間差をデジタル量に変換する方法を説明しよう。



アナログ変換と比較すると、定電流回路が発振回路に、コンデンサが計数回路に、アナログの current switch は論理ゲートに置き換わっている。発振回路では、ある一定の波形の信号を一定の時間間隔毎に出力する。精度を上げるには、発振器の精度が必要であるから、水晶発振器と呼ばれる高安定度の発振回路を使用する。時間分解能を上げるには、出来るだけ高周波信号で有ることが望ましい。計数回路では、このパルス数を数えて、デジタル量として記憶素子に書き込む。簡単には、2進数の計数回路を使用すれば良い。但し、結果を人間に知らせる前に、2進数を10進数に変換せねばならない。記憶素子にデータが書き込まれると、後続の回路に data ready という信号を送り、外部回路にデータを読み込んで貰い、data acknowledge 信号を貰ったならば計数回路をご破算する。又、start 信号が来ると、計数回路をご破算するまで次の start 信号を受け付けない様にして置く。即ち、start 信号の入力部にも gate 回路が必要であり、デジタル変換回路の準備が出来た時にこの gate が開く様な論理回路構成にして置く。

この方式のデジタル変換の所要時間は、主に計数回路で計数したパルス数で決定される。

この説明から分かるように、start/stop pulse の対さえ作る事が出来るならば、どんなアナログ量でもデジタル量に変換可能である。Wilkinson が最初に提唱したパルス波高をデジタル量に変換する機構では、波高は以下の方法で、時間間隔に変換された。

図の左方には、既に解説したピークの検出とピーク保持回路がある。ピーク保持回路では、コンデンサにピーク電圧で電荷を充電している。ピーク電圧に充電出来ると、ピーク

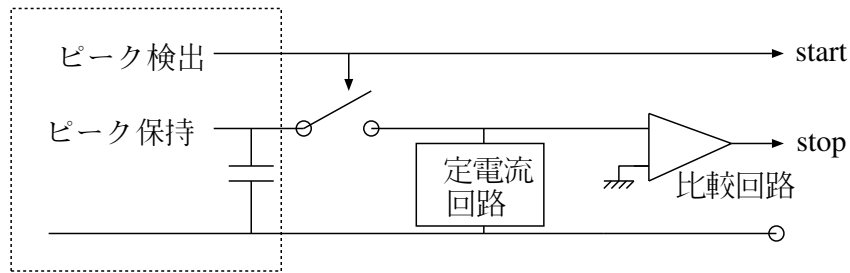


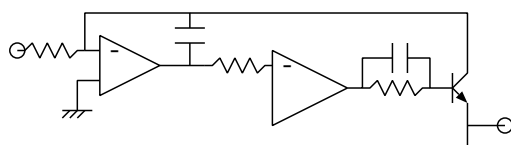
図 4: Wilkinson 型のパルス波高に比例する時間差を作る回路の概念図。この時間差をデジタル情報に変換すれば、パルス波高をデジタル量に変換出来た事になる。

検出回路が論理信号を出す。この論理信号は二つに分けられ、一つは定電流で充電電荷を放電するためのゲートを開く。もう一方の信号はデジタル変換するための計数を開始する信号となる。コンデンサに充電された電荷が全部放電されると、コンデンサの電圧は 0 volt になる。このコンデンサの電圧が符号を変える瞬間を比較回路が捉えて、計数回路に stop 信号を出す。

これまでの知識があると、アナログの割算回路を構成する事が出来る。即ち、入力を二つ用意し、それぞれのピーク検出する。一方のピーク電圧を保存したコンデンサを放電する時、これまでの説明では単に一定電流と言っていたが、この部分をもう一方のピーク電圧に比例する電流とすれば良い。実際には、0.1%の分解能を有する回路を製作する事が出来た。

少し考えると、かけ算回路も簡単に出来るだろう。

[8 - 1 3] 電圧に比例するパルス数を出力する回路



入力電圧に比例した数のパルスを出力する回路。

左から電圧信号が入力され、最初の演算増幅器は Miller integrater として動作する。正の (DC) 電圧信号が入力されると、初段の演算増幅回路の出力は、入力の抵抗と帰還部に付けられたコンデンサの静電容量で定まる時定数で直線的に下がり始める。次段の演算増幅回路は比較回路である。2 段目の演算増幅回路の inverting 入力端子の電圧は、有る負の電位に設定された non-inverting 端子の電圧と比較される。有るところまで下がると、inverting 端子の電位の方が低くなり、出力は正に跳ね上がる。この変化に応じて今までには流れていなかった、トランジスタの collector 電流が流れ出す。即ち、帰還部のコンデンサに充電されていた電荷は全てトランジスタの collector 電流として放電される。このとき、一個の信号がトランジスタの emitter から取り出される。先に述べたように、2 番目の演算増幅器で作られた比較回路の non-inverting 端子にもトランジスタの emitter から抵抗を通して帰還をかけて、hysteresis を持たせておく。トランジスタの emitter から

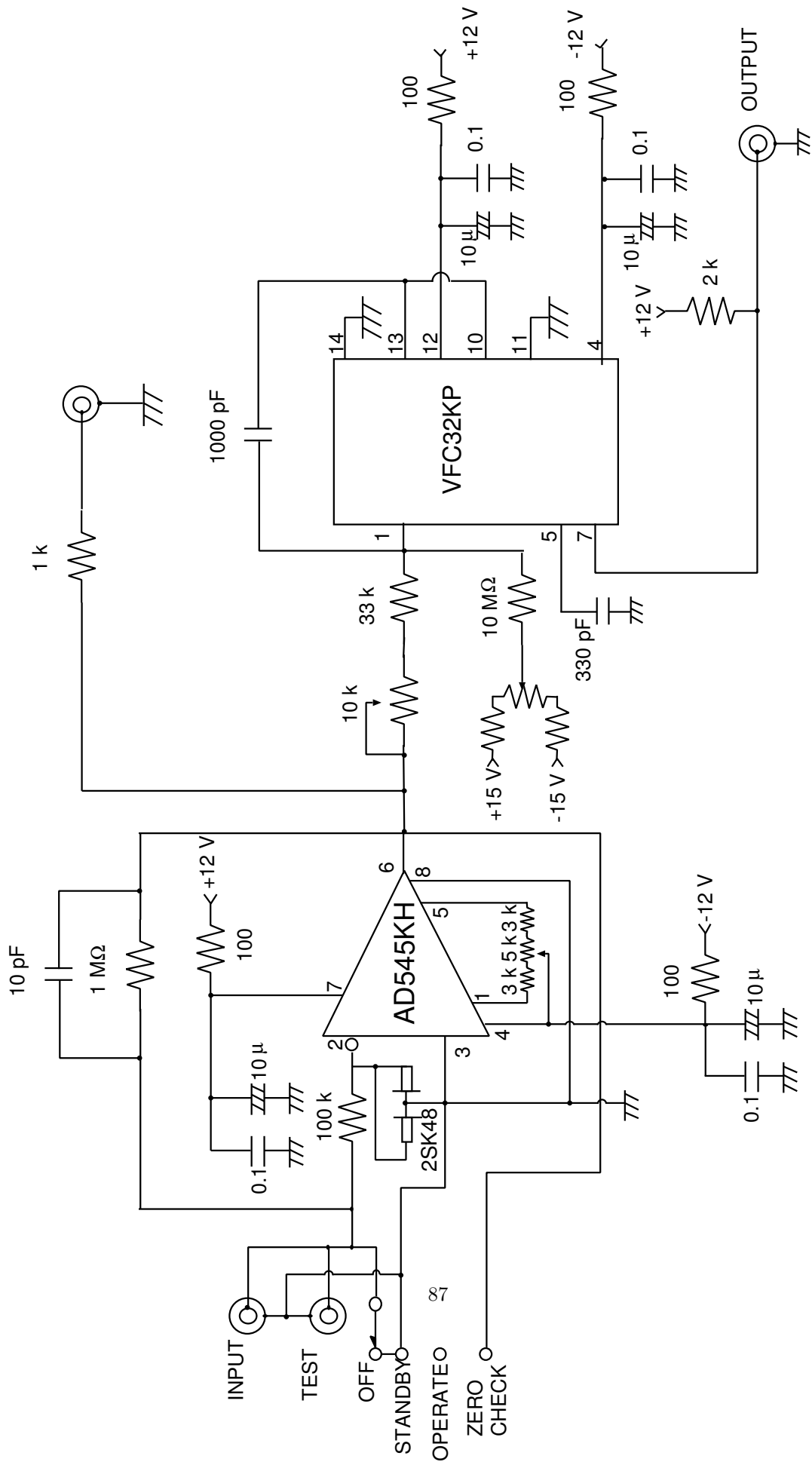
出力されるパルスは歪んでいるから、必要に応じて波形整形しておくのが良いだろう。

コイルとコンデンサを並列に繋いで共振回路を作るとは可能である。コンデンサ部を可変コンデンサとすると、有る範囲での可変周波数の発振回路を作る事は可能である。しかし、浮遊容量がかなりあるために、広い範囲の可変周波数の発振回路をつくるのはかなり困難である。一方、ここで提示した形式の可変周波数発振回路では、LC の並列共振を用いた物よりは広い周波数幅を簡単に持たせる事ができる。この回路には可動部が無いので、応答の時定数も短い。

[8 - 1 4] 広帯域微小電流計

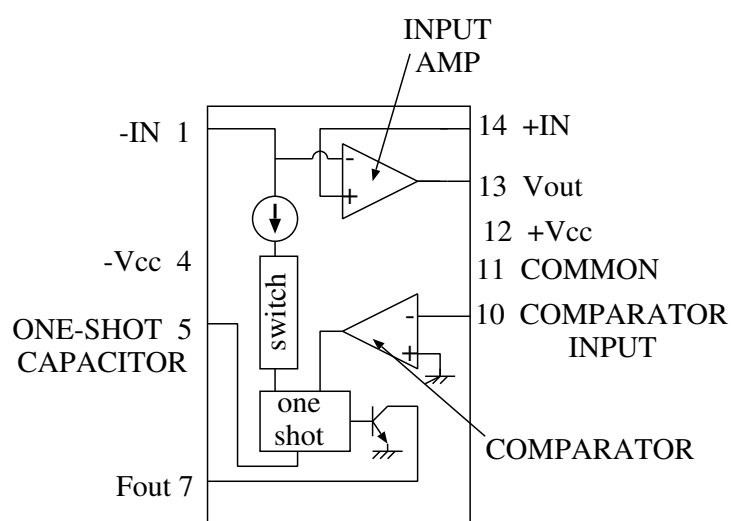
最後に、ここで述べた 電圧・周波数変換回路を用いた、微小電流を定量的に測定する実際の回路例を提示しよう。色々なアイデアを検討した結果は、IC 2 個を使用するかなり単純な回路に仕上がった。この回路の特徴は、 0.1 nA から $10 \text{ }\mu\text{A}$ までのかなり広い範囲にわたり、測定 Range 切替えなしに電流強度を測定出来る点にある。この設計では、1 秒間に 1 パルスの出力があれば 0.1 nA に対応し、後は電流強度に比例した数のパルスが出力される。適当な、sample rate の周波数計数回路を用いれば、微小電流計として動作する。

測定時間を限って、出力されたパルス数を計数すれば、電流を積分した値、即ち流れ込んだ電荷量が測定出来る。



INPUT 端子から流れ込んだ電流は、切替えスイッチが OFF や STANDBY でなければ AD545KH という演算増幅器の inverting 入力端子に加えられる。この演算増幅器は、洩れ電流が入力換算で最大でも 1 pA という規格である。メーカーの解説に依ると、この IC は出荷前に、摂氏 150 度で 24 時間の焼き生しが行われている。source と drain を短絡して diode の使い方をした 2SK48 という二つの FET は過大入力のプロテクト用である。演算増幅器の内部でも、別途入力保護回路は組み込まれている。6 の出力端子からの信号は二つに分けられ、一つは 10 pF のコンデンサを用いて Miller integrator を構成しているのが見て取れる。10 pF のコンデンサに並列に 1 MΩ という大きな抵抗が入っているのので、10 pF のコンデンサに充電された電荷は少しずつ、この抵抗を通して放電される。

後続の VFC32KP というのは、入力電圧を周波数に変える IC であり、メーカーの説明書に依ると、内部の等価回路は以下の様になっている。



あるメーカーの製造している、VFC32 という回路の等価回路。メーカーのカatalogから引用した。四角の内部が等価回路であり、外にはピン番号とその機能が略記してある。

端子 1 に入力された負の電圧は、Input amp を通り、13 番端子から出力される。13 と 1 番端子の間を繋ぐ負帰還容量は 1000 pF が使用されている。13 番からの出力は 10 番端子から比較回路部に入力されている。比較回路の出力は ONE-SHOT (単安定マルチバイブレータ) に入力して波形整形された後、SWITCH と Open collector のトランジスタに渡される。単安定マルチバイブレータの時定数を決めているのが、端子 5 に付けられた 330 pF のコンデンサである。

図では分かりにくいですが、ONE-SHOT が ON の期間だけ SWITCH が閉じて一定電流が流れて、外付けのコンデンサ、図の 1000 pF、に充電された電荷を一定時間だけ放電する。即ち、定電流源で決められた電流強度 I (1 mA) と 330 pF のコンデンサで決まる時間 T の積 $IT=Q$ で決まるだけの電荷が 1000 pF のコンデンサから捨てられる。

大雑把に言えば、1000 pF の外付けコンデンサは、33 kΩ の抵抗を通して流れ込んで来る電流を貯めておくバケツであり、バケツに電荷が溜ると上で述べた Q だけの電荷を汲み出して捨てている。一回捨てる度に、一つずつのパルス信号が出力される。

トランジスタの base 電位があがると、7 番端子を通して供給された +12 ボルトの電

源から電流が流れ込む。Open collector 型のトランジスタは、外部から独立に電源を供給している。このときには、OUTPUT には電圧信号が出力されている。この回路では、VFC32KP という IC と同じ 12 V 電源を使用しているので、Open collector 回路の有難味は分からないが、図の OUTPUT を経由して外部回路から電源を供給しても良い。外部電源を使用すると、OUTPUT 端子に表れるのは、電流信号である。電流信号を使用すると、一般に外部擾乱に強い信号伝達経路を確立できる。

余談

回路を設計するという事を考える時、面白い話題を、Scientific American, Feb 2003, pp 40 に見掛けたので、紹介しておこう。

現在では、回路図を与えるとその機能を確認してくれる ソフトウェアが入手できる。この環境の下での話題である。回路を設計する前に、先ず実現すべき機能を確定する必要がある。次に、その機能を実現する基本的な回路図を描き、その動作特性を詳しく調べて、回路を改良していく。この改良と言う過程は試行錯誤を繰り返すので、人間がやらねばならないと考えていたが、計算機にやらせる事が可能になりつつあるという事だ。計算機にこの処理をさせるには、先ず複数の単純な回路図を覚えさせる。次にこの回路図の動作を検討させる。

次が‘改良’のプロセスだが、これは次の3個の基本操作を組み合わせる事であるとする。

- 1) コピーする。上で与えられた回路図と同じものを作る。
- 2) 入れ換え操作。与えられた回路図の内のある部品を他の回路図の部品と交換する。
- 3) 一つの回路図の中で、別の部品に置き換えてみる。例えば抵抗をコンデンサーに置き換える。
- 4) 捨てる。機能しないと分かった回路図は捨てる。

これだけの操作を必要な回数だけ繰り返す。引用した記事には、フィルターと入力電圧の3乗を出力する例が記載されている。人間が設計するよりも高精度の回路が作られている。しかし、ある場合には unnecessary な部品が取り付けられる場合もある。

この手法は、回路設計に限らず色々な応用があり得る。最適化の一手法として焼き生し法というのがあるが、この手法と非常に良く似ている。

この genetic programming という手法では機能改良は可能であるが以下の問題点があり、人間が介在する余地はあるようだ。

- 1 機能実現に unnecessary な部品を取り除く過程が発達していない。合理化余地がある。
- 2 飛躍の可能性が弱い様に思う。